Die horizontalen

WASSERRÆDER

und besonders

die

Turbinen oder Kreiselräder,

ihre Geschichte, Construction und Theorie.

Nach den neuesten und eigenen Erfahrungen

zunächst für Practiker bearbeitet

von

MORITZ RÜHLMANN.

Mit VI lithographirten Tafeln.

Chemnitz,
Expedition des Gewerbeblattes für Sachsen.
1840.

Vorwort.

Gegenwärtige Abhandlung verdankt dem geehrten Herrn Verleger ihr Entstehen. Bereits unmittelbar nach der Zeit, wo ich einen kurzen Aufsatz über Turbinen in das Gewerbeblatt für Sachsen Jahrgang 1838. Nr. 1. und 3. hatte einrücken lassen, bat mich der Genannte, eine kleine Brochüre über Turbinen zu schreiben, da man etwas Zusammenhängendes und besonders die neueren Erfahrungen Berücksichtigendes über dieselben nicht besitze. Allein ich setzte auf meine Fähigkeit hierzu zu wenig Vertrauen und die Sache unterblieb.

Erst in diesem Jahre, wo ich mit der Angabe der Constructionsverhältnisse der Turbine beauftragt wurde, die nunmehr von der Maschinenbaucompagnie hierselbst und zwar zur eigenen Benutzung ausgeführt ist, gewann ich mehr Einsicht in den fraglichen Gegenstand, gab den Bitten des Herrn Verlegers Gehör und wagte die Arbeit.

Manche mir hierzu nützlichen Winke und besonders die allgemeine Gleichung für die Gestalt der Radschaufeln verdanke ich meinem hochverehrten Freunde, dem Herrn Professor Weissbach an der Königl. Bergacademie zu Freiberg, einem Manne, von dessen Geiste und Thätigkeit die sächs. Industrie noch manche gute Frucht erwarten darf.

Als ferner der Druck dieser Abhandlung beinahe vollendet war, wurde mir in einer Directorialsitzung des Industrievereines für das Königreich Sachsen aus einer Mittheilung des Herrn Maschinendirectors Brendel in Freiberg über die auf den Muldner Hütten gehende Turbine noch Folgendes bekannt:

1. Im Winter von 1838 — 1839 hat sich beim Eisgange kein Nachtheil für die Turbine herausgestellt, nur bei grossen Schneefällen floss das Wasser sehr träge und die Turbine blieb zuweilen einige Secunden stehen, kam jedoch stets ohne Hilfe von Menschenkraft etc. von selbst wieder in Gang. Der im Zuführ-Gerinne angebrachte Vorrechen hat indess nur halb so weite Oeffnungen als die des Kreiselrades sind.

2. In Bezug auf Zapfen und Pfannen der Turbine glaubt man folgende Regeln aufstellen zu können:

a) Nie lagere man die Pfanne unten und bringe den Stift am untern Ende der Spindel an, sondern lasse die ausgehöhlte Welle auf einem feststehenden Zapfen laufen.

b) Nur der gleichförmigste, dichteste und feinkörnigste, glasharte Gussstahl ist zu Pfanne und Zapfen tauglich.

c) Die Aussenflächen von Pfannen und Zapfen dürfen nirgends Unterbrechungen zeigen.

d) Man mache Pfanne und Zapfen nicht sehr conkav und beziehlich convex oder hohle und runde sie nur wenig.

e) Man kapsle Pfannen und Zapfen so ein, dass ein Bespühlen vom Wasser fast unmöglich wird.

f) Das Oelen des Zapfens ist unerlässlich.

Ausführliches über diese höchst interessanten Erfahrungssätze wird das nächstens erscheinende 3te Heft der diessjährigen Mittheilungen des Industrievereines enthalten, auf welches ich jeden gebildeten Techniker aufmerksam zu machen für nöthig halte.

Chemnitz, im Monat August 1839.

Der Verfasser.

Inhaltsverzeichniss.

I. Abtheilung.

Kurze Geschichte und allgemeine Beschreibung der horizontalen Wasserräder.

II. Abtheilung.

Practische Regeln für die Construction der Turbinen.

III. Abtheilung.

Mathematische Theorie der Turbinen und der practischen Regeln, welche in der zweiten Abtheilung aufgestellt sind.

Anhang.

Hilfstafeln, die bei vorkommenden Rechnungen nöthig sind.

I. Abtheilung.

Kurze Geschichte und allgemeine Beschreibung der horizontalen Wasserräder.

---

1. **D**ie gewöhnliche Art der Bewegung des Mühlsteines bei der Mahlmühle musste einfach zu der Idee führen, Wasserräder zu construiren, die sich im Sinne dieser Bewegung, d. i. horizontal liegend um eine Axe drehen. Seit längerer Zeit als einem Jahrhundert wendete man daher in dem südlichen Frankreich, namentlich in der Provence und der Dauphiné horizontale Räder an, wie sie besonders Belidor beschreibt und die hier beifolgende Tafel I. Fig. 1. in der Hauptsache darstellt.

Fig. 1ᵃ· ist der Vertikaldurchschnitt und Fig. 1ᵇ· der Grundriss eines solchen Rades. Dabei bezeichnet AB die vertikale Axe, an deren unterem Ende das horizontale Rad D, D und an deren obern unmittelbar der bewegliche Mühlstein befestigt ist. C, C sind die zuweilen ebenen, gewöhnlich aber in Löffelform gekrümmten Schaufeln, gegen welche das durch eine konische Röhre, oder irgend ein Gerinne zugeführte Wasser stösst, die Umdrehung des Rades und mit ihm des Mühlsteines bewirkt.

Nach d'Aubisson de Voisin verbrauchen die meisten dieser französischen Mühlen, welche durch solche Räder betrieben werden, zur Bewegung jedes Mühlsteines $\frac{1}{8}$ Cubikmeter Wasser pro Secunde, was, bei einem Gefälle von 3 Meter, einer Kraft von 8 Maschinenpferden gleichkommt und wodurch 75 bis 90 Kilogramme schönes Mehl pro Stunde erzeugt werden können.

Sowohl Theorie als Erfahrung und besonders die Versuche, welche mit solchen horizontalen Rädern an Mahlmühlen in Toulouse von den Herren Tardy und Piobert angestellt worden, zeigten, dass sie soviel zu leisten im Stande sind als vertikale Wasserräder in geraden Gerinnen, nämlich 30 bis 35 Prozent von der natürlichen vorhandenen Wasserkraft abzugeben vermögen. Hierbei können diese Räder, wenn besonders die Curvengestalt gehörig angeordnet wird, mit sehr verschiedenen Geschwindigkeiten umlaufen, ohne den angegebenen Nutzeffect merklich zu vermindern, während vertikale Wasserräder diesen nur in dem besonderen Falle geben, wenn sie sich mit ungefähr der halben Geschwindigkeit des ankommenden Wassers bewegen.

Nachtheile derselben sind übrigens, der nicht zu vermeidende Stoss beim Eintritte des Wassers in das Rad und der Verlust an lebendiger Kraft beim Austritte desselben.

---

2. Je mehr man erkannte, dass Wasser, welches durch seinen Druck wirkt, weit mehr zu leisten vermag, als wenn dasselbe als stossende Kraft thätig ist, um so eifriger war man auch bei den horizontalen Rädern bemüht von dieser Erscheinung Gebrauch zu machen. So schlug Borda nachbemerkte Einrichtung vor und wiess die Vortheile derselben durch eine strenge und umsichtige Theorie nach. Auf Tafel I. stellt Fig. 2ᵃ· den Aufriss und Fig. 2ᵇ· den Grundriss des Ganzen dar. AB ist wieder die vertikale Axe und D, D das an ihr befestigte horizontale Rad, welches mit krummen Schaufeln wie CE versehen ist. Die Zuführung des Wassers geschieht mittels einer Röhre FG, dieses tritt zwischen die Schaufeln tangential zu ihrer Krümmung und entweicht am unteren Ende bei E. — Man sieht hieraus, dass das Wasser, nachdem es in das Rad getreten ist, längs der Schaufelkurven wie auf einer schiefen Ebene herabsinkt und also hauptsächlich als drückende Kraft wirkt.

Nach Borda ist das Verhältniss des wirklichen Nutzeffectes zu dem berechneten oder theoretischen 0,75, wobei jedoch vorausgesetzt wird, dass der Stoss beim Eintritte des Wassers in das Rad vermieden ist, und alle übrigen Verhältnisse gehörig abgemessen sind, welche die Art und Weise der Wirkung dieser Räder vorschreibt.

So hat man deshalb den Wasserstrahl so zu richten, dass er tangential zu dem Curvenpuncte C eintritt, dass das Wasser das Rad mit einer absoluten Geschwindigkeit gleich Null, oder was dasselbe ist, mit der Geschwindigkeit des Rades verlässt, dass ferner der Endpunct oder das letzte Element der Curve bei E so horizontal als möglich liegt und das Wasser ungehindert abfliessen kann. Ausserdem ist es auch nöthig, sowohl dem eintretenden Wasserstrahle, als auch den Schaufeln, im Sinne des Radhalbmessers genommen, so wenig als möglich Breite zu geben, damit sich die mittlere Geschwindigkeit der Schaufeln, nicht sehr von der Geschwindigkeit des inneren und äusseren Radkranzes entfernt; endlich ist der Radhalbmesser so gross zu machen, als es immer die lokalen Verhältnisse gestatten.

Gewiss muss bedauert werden, dass wenig oder gar keine practischen Erfahrungen über diese Räder vorhanden sind.

---

3. Zu den Rädern mit vertikaler Axe gehört auch das sogenannte Segner'sche Wasserrad, die Barker'sche oder Euler'sche Mühle. — Das zuerst von J. Bernoulli in seiner Hydraulica ed. 1732. angedeutete Princip dieses Rades ist folgendes:

Ein senkrecht stehender, mit Wasser gefüllter Cylinder (oder ein ähnlicher hohler Körper) der um seine Axe drehbar ist, erleidet an jeder Stelle der Seitenwand einen nach auswärts gerichteten Druck, der das Gefäss nach der Richtung dieses Druckes fortzuschieben strebt, aber keine Bewegung hervorbringen kann, wenn sonst die Wand stark genug ist, weil der einer solchen Stelle diametral gegenüberliegende Theil oder Punct des Cylinders einen gleichen Gegendruck erfährt. So wie man aber an einer Stelle der Seitenwand eine Oeffnung anbringt, und diese mit einer Ansatzröhre, die rechtwinklich auf die Achse des Cylinders gerichtet ist, versieht, so hört der daselbst stattfindende Druck auf, der Druck auf die diametral gegenüberliegende Stelle verbleibt und erzeugt eine drehende Bewegung des Gefässes, die der Richtung entgegengesetzt ist, welche das horizontal ausfliessende Wasser annimmt.

Professor Segner in Göttingen zeigte die Anwendbarkeit dieses Princips zur Umdrehung eines Mühlsteines und der Engländer Barker führte später ähnliche Constructionen wirklich aus.

Von den mancherlei Formen, die man diesem Rade zu verschiedenen Zeiten hier und da gab, ist auf Tafel I. Fig. 3 a. und 3 b. die des Herrn Manoury Decoct zur Darstellung gewählt worden. Derselbe erbaute mehrere solche Räder mit vielem Glück in der Bretagne, der Normandie etc. und noch heute befindet sich ein Modell derselben in dem Cabinet des Conservatoirs des Arts et Metiers zu Paris.

AB ist dabei die vertikale Axe des Rades, die bei *E* durch Frictionsrollen unterstützt ist, und welche letzteren auf der festen Unterlage *D* laufen. Am untern Theile dieser Axe bei *C* sind zwei gekrümmte Röhren wie *CF* angebracht, die durch eiserne Stangen verbunden und unterstützt sind. Das Betriebswasser tritt in die weite vertikale Röhre bei *G* ein, gelangt, indem letztere bei *H* horizontal umgebogen ist, bis zum gemeinsamen Mittelpuncte der Seitenröhren und entweicht durch die Endöffnung *F*, *F* derselben.

Ausführliche Theorien dieses Rades sind von Segner, den beiden Eulers, Waring, Ewart und in neuerer Zeit durch Navier aufgestellt worden. Hierbei zeigt sich nun, dass, wenn sich ein solches Rad so schnell als nur immer möglich bewegt, die Ausflussöffnungen im Verhältniss zum Durchmesser der Zuleitungsröhren sehr klein sind und in letzteren sich keine Hindernisse vorfinden, welche eine plötzliche Geschwindigkeitsänderung erzeugen können, der Wirkungsgrad schon ziemlich gross werden kann. Dennoch wird dieser niemals mehr als 0,5 oder 50 Procent der vorhandenen lebendigen Kraft betragen, da eine plötzliche Aenderung der Geschwindigkeit vor dem Austritte des Wassers in die Luft in der Wirklichkeit nicht zu vermeiden ist; dabei immer noch Adhäsion in den Röhrenwänden, Contraction in der Ausflussöffnung, Axenreibung etc. etc. ganz unbeachtet gelassen.

Was endlich die practische Ausführbarkeit dieser Räder betrifft, so hat man durch Erfahrung mancherlei Hindernisse kennen gelernt und wovon namentlich der Umstand anzuführen sein möchte, dass es nicht leicht ist, die Verbindung aller unbeweglichen Theile der Maschine mit den beweglichen gehörig dicht zu halten.

Der Theorie nach mit den eben angeführten Rädern fast gleich, sind die, bei welchen das Rad eine Trommel von der Gestalt eines mit der Grundfläche parallel abgekürzten Kegels bildet, dessen grössere Endfläche nach oben gekehrt ist und der auf seiner Mantelfläche spiralförmig gestaltete Schaufeln trägt. Ein gemauerter Raum umgiebt das Rad concentrisch, und indem das oben am Mantel eintretende Wasser längs der Spiralwindungen herabläuft, nöthigt es das Rad zur Umdrehung. Poncelet schreibt diesen Rädern einen nicht unbedeutenden Nutzeffect zu, bemerkt jedoch, dass diess durch die Erfahrung noch zu bestätigen ist.

---

4. Bordas vorerwähnter Vorschlag, den horizontalen Rädern das Wasser so zuzuführen, dass dieselben ohne Stoss getroffen werden, gab zu mancherlei Entwürfen und Versuchen Veranlassung. Vor allem aber gebührt dem französischen Bergwerksingenieur Burdin das Verdienst, die erste glückliche Idee zur Erreichung des gedachten Zweckes gegeben zu haben. Auf Tafel I. zeigt Fig. 4 a. den Verdikaldurchschnitt und Fig. 4 b. den Grundriss eines dieser vom Erfinder Turbinen

genannten Räder. A, A ist die vertikale Welle und C, C das an derselben befestigte horizontale Rad, E, E ein feststehender Wasserbehälter, in dessen Boden Oeffnungen mit Ansatzröhren D, D angebracht und deren untere Enden horizontal im Sinne der Radperipherie gerichtet sind. Die Druckhöhe über dem Mittelpuncte dieser Oeffnungen ist gleich der Hälfte des vorhandenen Gesammtgefälles und die Geschwindigkeit des Rades an dem Puncte, wo es das Wasser aufnimmt, ist dieser Druckhöhe entsprechend: das Wasser erreicht sonach das Rad beinahe ohne alle relative Geschwindigkeit.

Hierauf tritt dasselbe in die, zwischen zwei, zur Axe A, A concentrischen Cylindermäntel B, B, eingeschlossenen Kanäle oder pyramidale Taschen C, C und entweicht an den unteren Enden derselben. Letztere Enden der genannten Kanäle sind horizontal und tangential zum Radumfange gestaltet und zwar der Richtung ihrer Bewegung gerade entgegengesetzt.

Bei dem Ausströmen hat das Wasser vermöge seines Herabsinkens eine Geschwindigkeit erlangt, die der Geschwindigkeit gleich ist, welche der anderen Hälfte des vorhandenen Gesammtgefälles entspricht, d. h. genau der des Rades gleich, so dass es letzteres ohne alle absolute Geschwindigkeit verlässt.

Uebrigens hat Burdin mehrere solche Räder ausgeführt und giebt an, dass ihr Nutzeffect 75 Procent oder 0,75 von der Wirkung der natürlich vorhandenen, lebendigen Kraft betrage, was jedoch etwas zu hoch gerechnet sein möchte.

---

5. So vortheilhaft sich das Burdin'sche Rad auch darstellt, so scheinen sich doch in der Wirklichkeit mancherlei Umstände eingefunden zu haben, welche den angegebenen Nutzeffect sehr herabzuziehen im Stande waren, und besonders musste man erfahren, dass es sich lange nicht in allen vorkommenden Fällen anwenden liess.

Dem französischen Ingenieur Fourneyron war es endlich allein aufbehalten, den horizontalen Rädern eine solche Einrichtung zu geben, die beinahe nichts zu wünschen übrig liess. Zwar übergab 1827 Burdin der Societé d'Encouragement etc. in Paris eine Denkschrift über ein unter dem Wasser gehendes horizontales Rad, dessen Einrichtung viel Analogie mit dem Fourneyronschen Rade hatte, allein um dieselbe Zeit war es auch ungefähr, wo Fourneyron die erste seiner neuen Turbinen zu Pont sur l'Ognon erbaute.

Im Jahre 1834 empfing derselbe dafür den auf die Construction guter horizontaler Räder von der genannten Societé ausgesetzten Preis, und zwar desshalb so spät, weil das Programm verlangte, dass wenigstens zwei solche Räder erbaut und im Grossen ausgeführt sein müssten.

In Bezug auf Burdin's in No. 4. beschriebenes Rad ist bei der Fourneyron'schen Turbine die Höhe des concentrischen Cylinders, welcher das eigentliche Rad bildet, sehr gering und überschreitet kaum einige Dezimeter. Das bewegende Wasser tritt in schiefer, horizontaler Richtung am inneren Umfange des vertikalen Cylinders ein, dringt von allen Seiten in die Fächer des Rades, folgt krummen Schaufeln, die zwischen den horizontalen Basen des Zylinders eingesetzt sind und entweicht am äusseren Umfange des Rades.

Eine Idee lässt sich schnell von einem Fourneyron'schen Rade auch so machen, dass man sich ein gewöhnliches vertikales Wasserrad mit krummen Schaufeln, horizontal umgelegt denkt, wobei das bewegende Wasser vom Mittelpuncte aus am inneren Kranze eintritt und an den äusseren Puncten desselben entweicht. Zur vollständigen Einsicht ist aber auf Tafel II. die von Fourneyron an dem Hüttenwerke zu Fraisans erbaute Turbine dargestellt, welches zugleich das dritte derartiger von ihm ausgeführten Räder ist.

In Fig. 1. ist *A*, *A* die senkrecht stehende Hauptwelle, die an ihrem unteren Ende bei *B* eine kegelförmige Nuss trägt, auf welcher die gekrümmte kreisförmige Scheibe oder Schaale *c*, *c* aufgekeilt ist; an dem äusseren Umfange *a*, *a* dieser Scheibe befindet sich der Schaufelboden mit den vertikal aufgesetzten krummen Schaufeln. *C*, *C* ist ein bei *E* aufgehangener, unbeweglicher Cylinder oder feststehendes, gusseisernes Rohr, wovon die Welle *A*, *A* concentrisch umschlossen wird und welches sich am unteren Ende in eine horizontale Scheibe oder einen Boden *e*, *e* endigt. Auf diese Scheibe sind kreisförmig gekrümmte Bleche Fig. 3. *f*, *f* fest aufgebracht, die dem in das Rad *d*, *d* tretenden Wasser die gehörige Richtung geben und desshalb Leitcurven oder Directionsschaufeln genannt werden.

i, *i* ist der Boden des Gerinnes, in welchem der gusseiserne Cylinder *g* eingelassen ist und an dessen inneren Wänden concentrisch ein zweiter Cylinder *k*, *k* vermöge einer Lederliederung dicht anschliesst, der den Schützen oder die Stellfalle bildet und welcher mittels der Zugstangen *l*, *l* auf- und abgezogen werden kann.

Am unteren Ende dieses Schützens sind ausserdem noch besondere Holzbacken angebracht, die sich zwischen die Leitcurvenenden schieben lassen und das Wasser gleichsam wie aus einer Ansatzröhre auszutreten nöthigen.

Die Führung des Schützens geschieht auf folgende Weise: Am Ende des horizontal liegenden gusseisernen Querstückes *S* ist ein Lager für eine kleine Welle angebracht, die mittels der Kurbel *s* umgedreht werden kann. Auf genannter Welle sitzt ein konisches Rad *r*, welches in ein eben solches Rad *q* greift und die Umdrehung der vertikalen Spindel oder Welle *p* erzeugt. — Am unteren Ende der letzteren befindet sich ein Getriebe *o*, welches das grosse Rad *m*, *m* umdreht und wodurch wieder die in dasselbe eingreifenden Räder *n*, *n* bewegt werden, in deren Naben oder hohlen Axen sich die Muttern der an den oberen Enden der Schützenführungsstangen *l*, *l* eingeschnittenen Schrauben befinden, und auf welche Weise denn ein Auf- und Abwärtsziehen des Schützens möglich wird.

1 ist der Zapfen der Hauptwelle, der in einem Lager 2, 2 läuft. Dieses Lager ist in einem gusseisernen Schuhe oder einem zweiten Lager 4, 4 angebracht und kann mit Hilfe eines im Durchschnitte sichtbaren Querstückes 3 des Hebels 5, 5 und der Kette 6, die sich um einen Cylinder wickelt, gehoben und gesenkt werden, je nachdem es die Umstände nothwendig machen.

N, *N* ist der Boden des Wasserkastens, unter welchem die Turbine angebracht ist, und wozu sich in demselben ein kreisförmiges Loch befindet, durch welches der Cylinder *g* und der Schütze *k* gehen.

M, *M*, Mauerwerk aus behauenen Quadersteinen, welches das Becken der Turbine umgiebt.

Q, *Q*, Gebälke, auf welche die Unterlage *E* der Röhre *C*, *C* ruht, die den Boden trägt.

R, *R*, endlich ist das Gebälke, worauf sich das Gebläse befindet, welches durch die Turbine in Bewegung gesetzt werden soll.

Sowohl in dem Zuführ- als Abflusskanale oder Gerinne bringt man übrigens noch einen besonderen Schützen an, um das Becken der Turbine ganz trocken legen und nach Umständen leicht zu demselben gelangen zu können. Obwohl die Wirkungsweise des Wassers auf die eben beschriebene Turbine aus dem Ganzen leicht erhellt, mag doch dieselbe nochmals in Bezug auf die Figur angeführt werden.

Man denke sich zu diesem Ende den Schützen *k*, *k* an den Führungsstangen so herabgelassen, dass er den inneren Raum *g*, *g* ganz verschliesst. Oeffnet man ferner den Schützen in dem Zufuhrkanale, so füllt sich der erwähnte Raum *g*, *g* mit Wasser und übt auf sämmtliche Theile desselben, sowie auf den Schützen *k*, *k* einen Druck aus, der mit der Entfernung vom Oberwasserspiegel in einem bestimmten Verhältnisse wächst.

Zieht man dann den Schützen an den Führungsstangen *l*, *l* in die Höhe, bringt also eine Oeffnung am unteren Ende des Cylinders *g*, *g* an, so entweicht das Wasser mit einer der Druckhöhe angemessenen Geschwindigkeit und in der Richtung, die ihm von den Leitcurvenenden vorgeschrieben wird, drückt auf die Schaufeln *d*, *d*, nöthigt das eigentliche Rad *a*, *a* zur Umdrehung und entweicht aus den Enden der krummen Schaufeln. Läuft aber das Rad *a*, *a* um, so muss sich auch die mit ihm zu einem Ganzen verbundene Welle *A*, *A* drehen, und die Bewegung mit Hilfe eines konischen Rades, wie *D* ist, beliebig fortpflanzen lassen.

Ausser der Beschreibung der Turbinen im Allgemeinen enthielt die erwähnte Preisschrift auch die von Navier aufgestellte Theorie derselben, die allgemeinsten Regeln zu ihrer practischen Construction und eine Tabelle über einige mit ihnen angestellten Versuche. Nach den letzteren gab Fourneyron den Nutzeffect zu 70 bis 83 Procent an. Besonders merkwürdig zeigte sich hierbei das ebenbeschriebene Rad zu Fraisans, indem dieses noch arbeitete, wenn es so tief im Unterwasser ging, dass ihm von dem $1\frac{1}{2}$ Meter betragenden Gefälle nur 0,227 Meter verblieben.

Ausser der grossen Umfangsgeschwindigkeit und dass diese Räder beliebig in der freien Luft oder im Unterwasser laufen können, ohne ihren Nutzeffect merklich zu ändern, besteht wohl ihre besondere Eigenschaft vor allem in der glücklichen Idee, das Wasser an allen Puncten des inneren Radumfanges eintreten und an dem entferntesten Ende des äussersten Umfanges austreten zu lassen. Ferner gestatten dieselben in den meisten ihrer industriellen Anwendungen bei sehr kleinen Dimensionen und folglich einem geringeren Aufwande an Geld einen Wasserverbrauch, den man fast unbegränzet nennen kann. Ziemlich bei allen Gefällen und Umfangsgeschwindigkeiten arbeiten sie vortheilhaft und ohne dass das Gewicht des Rades und seiner Theile, sowie das bewegende Wasser nachtheilig auftritt, wie diess fast bei allen bestehenden und vor allen anderen bei den horizontalen Rädern der Fall ist.

Mit unendlichen Schwierigkeiten hatte Fourneyron im Anfange zu kämpfen, und worunter das gewöhnliche Vorurtheil der Menschen gegen Neuerungen, Neid und Intrigue die gefährlichsten Gegner waren. Jetzt steht sein Rad als ein mächtiger Beweger da, der fast in allen seinen Theilen, nach seiner Eleganz und Einfachheit, unter die bewunderungswerthesten Maschinen zu zählen ist.

Nicht zu verkennen ist dabei der Nachtheil der ausserordentlichen Geschwindigkeit, welche diese Räder bei hohem Gefälle annehmen, wenn eine solche Geschwindigkeit nicht unmittelbar benutzt werden kann, sondern erst durch Zwischenzeug modificirt werden muss. Allein wenn man erwägt, dass solche Gefälle mittels der vertikalen Räder ebenfalls nur schlecht, in den meisten Fällen aber ganz und gar nicht zu verwenden sind, so mindert sich die Wichtigkeit dieses Nachtheils ausserordentlich und die Maschine verliert fast nichts von ihren Vorzügen.

---

6. Fourneyron's Leistungen blieben auch in Deutschland nicht lange unbekannt, er selbst wurde mit der Ausführung einer Turbine im badischen Schwarzwalde und zwar in St. Blasien beauftragt, sowie man an anderen Orten nach seinen oben erwähnten Angaben dergleichen Räder nachzubauen versuchte.

Die erste nach letzterer Weise, ohne Fourneyron's Hilfe, in Deutschland ausgeführte Turbine war die des Herrn Schönfeld in Herford, die schon 1835 im Gange gebracht wurde, allein gänzlich misslang! Die Gründe dieses Misslingens waren besonders falsche Bestimmung der Wassermenge und des Gefälles, sodann, dass der Wasserstrahl, wegen einer verfehlten Schützenbackenconstruction, eine andere Richtung annahm, als ihm die Leitkurven anweisen sollten, vor allem aber waren die Construction der Radschaufeln und ein zu ängstliches Anhalten an Fourneyron's Angaben die Hauptfehler.

So unangenehm diese Erscheinung war, so verbreitete sie doch zuerst über den Werth und Unwerth der Fourneyron'schen Angaben richtiges Licht. Man erkannte besonders, dass Fourneyron's Schaufelconstruction eine andere als die sein müsse, welche er zuerst angewandt zu haben vorgab; ein Schluss, der aber auch von jedem practischen Wasserradbauer gemacht worden wäre, wenn er die angebliche Curvengestalt der Fraisaner Turbine Fig. 3. Taf. II. nur mit einiger Aufmerksamkeit betrachtet hätte.

Noch mehr Misstrauen erregten Fourneyron's Angaben, als man von St. Blasien aus hören musste, dass dort ein von ihm selbst erbautes Kreiselrad bei einem Gefälle von ungefähr 20 Meter zur höchsten Zufriedenheit des Fabrikbesitzers seit längerer Zeit arbeite, ja dass man sogar ein zweites für 108 Meter Gefälle anzulegen beabsichtige. Der Besitzer der verunglückten Turbine, Herr Schönfeld, schickte daher, der Sache immer noch trauend, einen jungen Techniker, Herrn Carliczeck, nach Baden und St. Blasien, dem nach seiner Rückkunft der Bau der Turbine übertragen wurde und welcher sie auch glücklich vollendete.

Carliczeck's interessante Beschreibung und Constructionsangabe dieser Turbine in den Verhandlungen des Vereins zur Beförderung des Gewerbefleisses in Preussen vom Jahre 1837 enthält auch einige Datas über mit diesem Rade vorgenommene Versuche, nach welchen sich der Nutzeffect ziemlich zu 70 Prozent der vorhandenen lebendigen Kraft herausstellte.

Gewiss lag der Hauptgrund dieser glücklichen Ausführung in der ziemlich richtigen Construction der Radschaufeln, von der nur zu wünschen gewesen wäre, dass sie auf irgend einem mathematischen Satze beruhte, was leider ganz und gar nicht der Fall zu sein scheint.

---

7. Ziemlich in derselben Zeit nämlich 1836 wurde in Sachsen der Entwurf zu einer

Turbine gemacht, welche zum Betriebe einer Cagniardelle oder eines Schraubengebläses auf der Königl. Muldner Schmelzhütte bei Freiberg dienen sollte. Mancherlei Umstände verhinderten jedoch die Ausführung, so dass dieselbe erst am 6. Juni 1838 in Gang gesetzt werden konnte.

Einiger höchst zweckmässiger Anordnungen wegen folgt auf Tafel III. ein Vertikaldurchschnitt dieser Turbine nebst einem Horizontaldurchschnitte durch das eigentliche Rad und den Leitcurvenapparat.

Dabei ist *A*, *A* die im Lager *B* laufende vertikale Hauptwelle, *C*, *C* die auf der genannten Hauptwelle sitzende hohle Scheibe, die an ihren Enden bei *D*, *D* das Rad mit den gekrümmten Schaufeln trägt. *E*, *E* der die Welle umschliessende, auf dem Balkenwerke bei *F*, *F* fest aufliegende gusseiserne Cylinder, *G*, *G* die auf die Hülse *E* aufgeschobene Leitcurvenplatte. *H*, *H* ist der kreisrunde Schütze, welcher sich an die Liederung *x x* genau anschliesst. *K*, *K* sind 2 Schützenführungsstangen, die oben bei *L* auf dem an der Hülse *E* verschiebbaren Muffe *M* befestigt sind.

An dem genannten Muffe ist in der Gegend bei *N* eine Warze befindlich, womit *M* in den beiden parallel neben einander liegenden Hebeln *O*, *O*, deren gemeinschaftlicher Drehpunct *P* ist, aufhängt. *Q* ist eine Schraube, deren Mutter sich im Balkenwerke *Q* befindet, wodurch die Bewegung des Hebels *O*, des Muffe *M* und so weiter des Schützens erzeugt werden kann. *S* zeigt den auf seine Länge rechtwinklig durchschnittenen Hebel, dessen Lastpunct der Bolzen *T* ist und der, wie bei der Fraisaner Turbine, zum Aufheben und Herablassen der Welle *A*, *A* u. s. w. dient.

Zwischen *E* und *G* bemerkt man einen den Cylinder keilförmig umschliessenden Kranz, der sich mit seinen Armen auf die Seitenwände des hohlen, cylindrischen Raumes stützt, in welchem sich der Schütze *H* concentrisch bewegt und dessen Vorhandensein zu den nöthigen Parallelstellungen von grösster Wichtigkeit sein möchte.

U ist das Wasserzuführgerinne, *V* dessen Boden, *W* Balkenwerk, *X*, *X* Mauerwerk und *Z* der obere gewölbte Theil des Zuführkanales.

Versuche, welche mit dieser Turbine angestellt worden, zeigten, dass ihr Nutzeffect circa 59 Procent der vorhandenen lebendigen Kraft beträgt.

Unfehlbar würde sich dieser weit grösser ergeben haben, hätte man sich nicht gleichfalls zu ängstlich an Fourneyron's bereits mehrmals erwähnten Angaben gehalten, und wären die sonst so tüchtigen Maschinenbauer Schwamkrug und Braunsdorf, welche dieselbe ausführten, mehr den neuesten Erfahrungen und ihren eigenen natürlichen Ansichten gefolgt.

Jedenfalls verdient die höchst einfache Schützenführung und das Anbringen des sogenannten Spannkranzes die grösste Anerkennung.

---

8. Fourneyron's eigene Ausführungen waren indess fast überall mit vielem Glücke gelungen, er hatte Turbinen in Niederbronn, Lörrach und Inval (bei Gisores) erbaut, und zwar am letzteren Orte zum Betriebe einer Maschinenweberei von 400 Köchlin'schen Stühlen.

Besonders merkwürdig ist diess letztere Rad dadurch geworden, weil von dessen Gelingen die Anlegung von Turbinen in Paris, zum Betriebe der Pumpen, welche, in der Seine stehend, die Stadt mit Wasser zu versehen haben, abhängen sollte. Eine besonders dazu niedergesetzte Commission nahm deshalb am Invaler Rade Versuche vor, wobei man erkannte, dass der Nutzeffect desselben über 70 Procent der natürlich vorhandenen Wasserkraft beträgt, und dass derselbe nur wenig vermindert wurde, wenn das Rad selbst bis zu einer bedeutenden Tiefe im Unterwasser waden musste. Aus diesem Grunde scheint gegenwärtig kein Zweifel mehr über die Ausführung der grossartigen Seineturbinen vorhanden zu sein.

Auf einer technischen Reise, die ich im Jahre 1837 durch die Munifizenz der Königl. Sächs. Hohen Staatsregierung nach den Niederlanden, Frankreich, der Schweitz und Baden unternehmen konnte, besuchte ich fast alle Orte, wo Turbinen ausgeführt oder im Bau begriffen waren und überzeugte mich auch von den richtigen Angaben über die Turbine zu Inval, die ich mehrere Tage lang in ihren Verrichtungen zu beobachten Gelegenheit fand, und wovon ich Zeichnung und Beschreibung in dem Gewerbeblatte für Sachsen, Jahrgang 1838. No. 1. und No. 3. mittheilte.

Wie schon am letzteren Orte erwähnt, erkannte ich hierbei auch, dass vor allem die Construction der Radschaufeln eine ganz andere sei, als die von Fourneyron in der bekannten Preisschrift angegeben worden war: unter keiner Bedingung war es mir indess möglich, nähere Kenntnisse hierüber zu erlangen.

Wichtiger aber als irgend ein anderes von Fourneyron ausgeführtes Rad ist die zweite Turbine geworden, die vom Erfinder selbst in St. Blasien, wie schon angedeutet, bei einem Gefälle von 108 Meter erbaut wurde. Am besten glaube ich eine Mittheilung über diese Turbine machen zu können, wenn ich das anführe, was mir von ihr selbst auf der vorgedachten Reise bekannt wurde.

Schon $\frac{1}{2}$ Stunde vorher, ehe man zu dem merkwürdigen Orte St. Blasien, in einer der schönsten aber auch wildesten und einsamsten Gegend des badischen Schwarzwaldes gelegen, gelangt, kündet ein seltsames Getöse das ungewöhnliche Schauspiel an, das mit dem Annähern immer sonderbarer wird.

Tritt man aber erst in die Radstube, erkennt dort, dass alles vorher fern von diesem Orte über das Ganze erfahrene nicht blosse Mystification, sondern Wirklichkeit ist, dann fühlt man sich vom Erstaunen ergriffen und bewundert, mehr als sonst wo, die Grösse des menschlichen Geistes, der selbst die furchtbarsten Naturkräfte sich unterwürfig zu machen weiss.

Immer schien der gewaltige Druck das kleine Rädchen zertrümmern, und der in furchtbaren Spiralmassen aus demselben tretende Wasserstrahl die umgebenden Wände und Räume zerstören zu wollen.

Oft wenn ich aus der Radstube getreten war und die ungeheure Höhe von Aussem ermass, von welcher herab die Leitungsröhren das Aufschlagewasser zum Rade führen, schien es, als dränge sich mir der Begriff „Unmöglich" auf, der aber eben so schnell verschwunden war, trat ich wieder in jenen Raum zurück.

Fourneyron hat hier zuerst eine Aufgabe gelösst, die seinen Namen der technischen und wissenschaftlichen Welt stets denkwürdig machen wird, eine Aufgabe, die nicht nur die grössten Hindernisse der Natur, sondern auch die der Missgunst und der Vorurtheile in tausend Formen zu überwältigen hatte. — Wer auch wollte ein anderes Mittel zur Benutzung dieser vorhandenen Wasserkraft auffinden? — Vielleicht sollte man eine Wassersäulenmaschine anwenden? Gewiss nicht.

2

Denn ohne erst durch Rechnung nachzuweisen, wie wenig sich letztgenannte Maschine für rotirende Bewegung eignet, braucht man wohl nur die höchst schwerfällige und ungemein Kraft raubende Umsetzung der vertikal auf- und abwärtsgehenden Bewegung in gleichmässig-kreisförmige zu betrachten, um die Schwierigkeiten hinlänglich zu ermessen.

Ein mehrtägiger Aufenthalt an diesem mir so werth gewordenen Orte, setzte mich in den Stand, alle Anlagen und Einrichtungen gehörig kennen zu lernen, auch eine Skizze von den Haupttheilen der zuletzt erwähnten Turbine und besonders der Construction der Radschaufeln entnehmen zu können; obwohl mir ein directes Aufnehmen des Ganzen durchaus nicht gestattet wurde.

Tafel IV. und V. enthalten diese Zeichnungen und zwar stellt die erstere den Vertikaldurchschnitt durch die Hauptwelle des Rades, und die zweite die Gestalt des eigentlichen Rades mit seinen Schaufeln und den Wasserbehälter mit den Leitcurven in natürlicher Grösse dar.

Auf Tafel IV. zeigt *A*, *A* die Hauptwelle oder den Königsbaum, *B*, *B* die Hülse und *C* die Scheibe, wodurch das Rad *D*, *D* mit der Hauptwelle verbunden ist*). *E*, *E* ist die Hülse, welche das Rad concentrisch umgiebt und welche sich unterhalb in die kreisförmige Platte *F* endigt, worauf die Leitcurven befestigt sind. *G*, *G* ist ein oben luftdichtverschlossener Cylinder, durch welchem die Welle *A* hindurch geht und der überall bei hohem Gefälle angebracht werden muss, um das mit grosser Geschwindigkeit zufliessende Wasser vor dem Eintritte in den sonst oben offenen Wasserbehälter (oder dem Raume über der Leitcurvenplatte) aufzunehmen. *H* ist das Wasserzuführrohr, das zur Seite des Cylinders *G* einmündet und so hoch hinaufgeführt ist, als das Gefälle reicht. *I*, *I* ist ein zweiter in *G* am untern Ende verschiebbarer Cylinder, welcher den Schützen oder die Stellfalle bildet, *K*, *K* die Liederung desselben, *L*, *L* eine auf die Liederung passende Drükung, und *M*, *M* Schrauben zum Anziehen der letzteren. *N*, *N* ein gusseiserner Ring, der fest auf dem Schützencylinder *I* aufsitzt und an welchem sich zugleich 4 Arme *O*, *O* befinden, in deren Enden Muttern eingeschnitten sind, um die bei *P*, *P* mit Schrauben versehenen Leitstangen *Q*, *Q*, an welcher der Schützen auf- und abgezogen wird, anbringen zu können.

Der Aufzug geschieht übrigens durch eine oberhalb des Cylinders *G* liegende Verbindung von Rädern, wie diess bei der Fraisaner Turbine bereits deutlich auseinandergesetzt wurde.

S, *S* ist ein Körper, der an das untere Ende der Welle eingeschroben ist und der zur Aufnahme des Zapfens *R* dient. *T* ist das Lager, in dessen Durchbohrungen die Schmierflüssigkeit zu dem Zapfen aufsteigt, welche die Röhre *U* von oben herab zuführt.

V, *V* ist endlich der gusseiserne Deckel des Cylinders *A*, der durch Schrauben befestigt ist, und in dessen Mitte zugleich eine Art Stopfbüchse aufgeschroben ist, damit nach oben kein Wasser entweichen kann. Um dem Deckel mehr Festigkeit zu geben, ist er mit Rippen und am Rande mit einem hervorragenden Ringe versehen.

Am obern Ende der Welle *A* ist übrigens ein gewöhnliches Stirnrad aufgekeilt, welches 19 Zähne hat, in zwei eben solche Räder, jedes mit 300 Zähnen eingreift und die Bewegung in die Arbeitssäle fortpflanzt.

---

*) Die Hauptwelle, deren Zapfen und die Büchse des letztern sind aus Stahl, das Rad aus Schmiedeeisen, alle übrigen Theile aus Gusseisen gefertigt.

Auf Tafel V. bezeichnen gleiche Buchstaben gleiche Theile des eben beschriebenen Durchschnittes und x, x die an dem Schützen angebrachten Backen, welche sich zwischen den Leitcurvenenden, wie gleichfalls bei der Fraisancr und Freiberger Turbine, verschieben lassen.

Der Durchmesser des Rades D, D ist nicht grösser, wie auch die Zeichnungen nachweisen, als 316 Millimeter oder circa 1 franz. Fuss und die Zahl seiner Umgänge, bei 9 bis 10 Millimeter Schützenöffnung, 2200 bis 2300 pr. Minute. In der Secunde wird ungefähr 1 Cubikfuss (franz.) Wasser zugeführt und die ganze Druckhöhe oder das nutzbare Gefälle beträgt 108 Meter oder 332 franz. Fuss.

Das Druckwasser musste mehr als $\frac{3}{4}$ Stunde von St. Blasien entfernt, auf den umliegenden Höhen aus Bächen gesammelt werden. Jetzt vereinigen sich diese Bäche in einem Reservoire und werden von diesem aus in einer Leitung von 300 zu einem Ganzen verbundenen gusseisernen Röhren, deren jede 4 franz. Fuss lang ist und ungefähr 18 Zoll Durchmesser hat, dem Rade zugeführt. Bemerkungswerth ist, dass die Stärke dieser Röhren, von oben nach unten zu, nur von 11 bis 13 Millimeter zunimmt.

Gegenwärtig soll das Rad eine Baumwollenspinnerei mit 8000 Waterspindeln, die dazu gehörigen Vorspinnmaschinen, 36 Reisskrempeln, 34 Feinkrempeln, zwei Schlagmaschinen, einen Wolf und noch andere Nebenapparate treiben.

---

9. Obwohl in neuester Zeit Empirie und Vorurtheil der Anlegung von Turbinen, immer noch manches Hinderniss entgegenstellten, so wurden doch solche Räder in Frankreich und zwar zu Moussay (Département der Vogesen), Müllbach (Département Niederrhein), Lépine (Départem. der Seine und Oise), und besonders zu St. Maur bei Paris*) mit vielem Glücke ausgeführt.

Auch die Theorie der Turbinen wurde durch die schönen Versuche, welche der franz. Capitain Morin anstellte und die er in einer eigenen Abhandlung: *Expériences sur les Roues Hydrauliques à axe vertical, appelées Turbines. Metz* 1838. veröffentlichte, sowie besonders durch Poncelets treffliche Arbeit: *Théorie des Effects mécaniques de la Turbine Fourneyron. Paris* 1838. sehr erweitert und die wir näher anzuführen in der II. und III. Abtheilung dieser Abhandlung hinlängliche Gelegenheit finden werden.

In Sachsen sind gegenwärtig 2 Turbinen im Baue begriffen und zwar wird eine derselben von den Bergmaschinenbauern Schwamkrug und Braunsdorf in der Gegend von Oederan und die zweite von dem Ingenieur Overmann für die Maschinenbauanstalt zu Chemnitz ausgeführt, zu welcher letztern ich die Constructionsverhältnisse berechnete, und die in den nächsten Tagen in Gang gesetzt werden wird.

*) Am letzteren Orte entsteht wohl die grossartigste Mahlmühle, nach engl.-amerikanischem Systeme, auf dem Continente. Die Anlagen sind zu 40 Mahlgängen gemacht, zu deren Betriebe vier Turbinen erbaut werden und die von der Marne ihr Aufschlagwasser erhalten. Bei meinem letzteren Aufenthalte in St. Maur (1838), war eine Turbine vollendet, durch welche zehn Paar Mühlsteine, so wie alle zu dem Ganzen gehörigen Reinigungsmaschinen, Bentelvorrichtungen etc. bewegt worden. Die Turbine hat $1,^{m}84$ äusseren Durchmesser und 32 Radschaufeln von $0,^{m}27$ Höhe. Das vorhandene Gefälle beträgt $3,^{m}58$ und pr. Sec. wird 1 Cubikmeter Wasser verbraucht. 15000 Kilogramme Körner werden in 24 Stunden zu Mehl umgewandelt.

II. Abtheilung.

Practische Regeln für die Construction der Turbinen.

10. BESTIMMUNG DER WASSERMENGE.

Obwohl die Bestimmung der Wassermenge, welche in einem Gerinne oder Graben einer Turbine zu- oder von dieser abgeführt wird, nicht anders geschehen kann, als bei vertikalen Rädern, so möchte doch die Anführung des hierzu nöthigen Verfahrens nicht ohne Nutzen sein.

Besonders sind es zwei Methoden, die allen Praktikern zu empfehlen sein möchten, da sie Sicherheit mit leichter Ausführung verbinden*).

1ste Methode.

Man wähle eine möglichst geradlinig fortlaufende, nicht allzu kurze Strecke des Grabens aus, messe dieselbe und suche dabei eine möglichst runde Zahl als Längenmass zu erhalten. Sodann bezeichne man genau die beiden Endpuncte dieser Länge und ziehe daselbst Schnuren quer über das Gerinne, so dass ihre Richtung rechtwinklich auf den Stromstrich kommt. Etwas hinter der obern Schnur lege man sodann 1 oder 2 leicht schwimmende Körper, am besten gläserne Weinflaschen, in das fliessende Wasser und beobachte genau die Zeit ihres Eintreffens an der oberen und unteren Schnur mit Hilfe einer Secundenuhr. Diese Arbeit nehme man mehrere Male vor und lasse dabei die Flaschen mehr oder weniger tief einsinken, was durch Ein- oder Ausbringen von Schrotkörnern, Steinchen etc. leicht geschehen kann, damit man die Geschwindigkeit in verschiedenen Tiefen erhält. Von den so beobachteten Secunden, in welchen zu den verschiedenen Malen die gemessene Länge durchlaufen wurde, nehme man das arithmetische Mittel und dividire mit dieser Zahl in die, welche die bemerkte Länge angiebt, so ist der Quotient die gesuchte m i t t l e r e Geschwindigkeit.

Endlich ermittle man die Wassermenge dadurch, dass man von dem fliessenden Wasserkörper das geometrische Querprofil bestimmt und den Flächeninhalt desselben mit der oben gefundenen Geschwindigkeit multiplicirt.

2te Methode.

Man bringe in dem Graben, rechtwinklich auf die ab- oder zufliessenden Wasserfäden, einen

*) Alle Instrumente, welche zum Messen der Geschw. des fliessenden Wassers dienen, halte ich für Praktiker durchaus für unbrauchbar, da mir die Erfahrung gelehrt hat, dass ihnen selten, gewöhnlich gar nicht die Bestimmung der dabei nöthigen Constanten und Coefficienten gelingt.

Einbau von Bretern oder einen sogenannten Ueberfall an und zwar so, dass sich das Wasser über die obere Kante desselben mindestens um 1 Dezimeter erhebt und dass ferner zu beiden Seiten des Ueberfalles, zwischen diesen und den Ufern, ein Theil der Schlusswand von 2 bis 3 Dezimeter stehen bleibt. Damit dann auch das Wasser nach seinem Uebertritte nicht wieder zurückfliesst, muss die Höhe der Kante über der Sohle des Bettes die Wassertiefe vor dem Schlusse etwas übersteigen; auch hat man alle Kanten möglichst scharf zu gestalten, und vorhandene Fugen oder nicht schliessende Stellen am Boden und an den Seiten mit Werg, Lehm etc. gehörig zu verstopfen.

Ist dann alles so weit gehörig angeordnet, so warte man noch bis der Abfluss über die Kante des Ueberfalles möglichst gleichförmig geworden ist und messe dann genau die Höhe des hintern ganz horizontalen Wasserspiegels über der bemerkten Kante und wozu auch das Wasser in den Ecken, welche die Schlusswand an den Seiten lässt, als Correction benutzt werden kann.

Die Wassermenge selbst berechne man dann mittels der Formel:

$$Q = 1{,}8.\ L.\ H.\ \sqrt{H.};$$

in welcher

L die Breite des Ueberfalles,

H die rechtwinkliche Höhe des horizontalen Wasserspiegels über der Abflusskante oder die Druckhöhe und

Q die per Secunde abfliessende Wassermenge in Cubikmetern bezeichnet*).

Aus dieser Formel folgt aber die practische Regel:

Um die Wassermenge zu erhalten, die pr. Secunde durch den Graben fliesst, ziehe man aus der Druckhöhe über der Schwelle die Quadratwurzel, multiplicire letztere mit dieser Druckhöhe selbst, so wie mit der Breite des Ueberfalles und nehme das Produkt 1,8 *mal*

Beispiel. Bei der Turbine zu Moussay hatte man in dem Unter- oder Abflussgraben einen Ueberfall von $2{,}^{m}682$ Breite angebracht, dessen vertikale Kanten: $0{,}^{m}25$ von den Kanalwänden abstanden und wobei die Druckhöhe über der Schwelle $0{,}^{m}179$ betrug, wie gross war die pr. Sec. abfliessende Wassermenge?

$$Q = 1{,}8.\ 2{,}682.\ 0{,}179\ \sqrt{0{,}179} = 0{,}362 \text{ Cubik-Meter} = 362 \text{ Kilogramme.}$$

11. Sehr oft tritt der Fall ein, dass die Menge des Wassers zu bestimmen ist, welche einer Turbine pr. Sec. zugeführt werden muss, damit dieselbe eine bestimmte Kraft oder Zahl von Maschinenpferden als Nutzeffekt abzugeben im Stande ist.

Zu diesem Zwecke benutze man die Formel:

$$Q = 0{,}107.\ \frac{N}{H}, \text{ wenn der Nutzeffekt zu } 70\%,$$

$$Q = 0{,}115.\ \frac{N}{H}, \text{ wenn der Nutzeffekt zu } 65\%,$$

*) Alle hier und in der Folge vorkommenden Längenmaasse sind in Metern ausgedrückt, die Flächenmaasse in Quadratmeter und die körperlichen in Cubikmeter. Dabei werden irgend eine Anzahl, z. B. 3 Meter durch 3^{m}, ferner ½ Meter durch $0{,}^{m}5$ etc., bezeichnet.

und $Q = 0{,}125.\ \frac{N}{H}$, wenn derselbe zu $60\frac{0}{0}$ angenommen wird.

Hierbei bezeichnet:

Q die gesuchte Wassermenge in Kubikmetern (pr. Sec.),

N die verlangte Zahl von Pferdekräften,

H das vorhandene Totalgefälle, oder den Abstand des Oberwasserspiegels vom Unterwasserspiegel.

Zugleich erhält man auch die practische Regel:

Um die Menge Wasser zu bestimmen, welche für einen verlangten Nutzeffekt einer Turbine pr. Sec. zugeführt werden muss, dividire man die Zahl der Pferdekräfte durch das vorhandene Gefälle und multiplicire den Quotienten mit 0,107, 0,115 *oder mit* 0,125, *jenachdem der Effect zu* 70, 65 *oder* 60 *Procent angenommen wird.*

Beispiel. Die Turbine zu Mühlbach sollte bei $3{,}^{m}23$ Gefälle eine Nutzkraft von $58\frac{1}{2}$ Pferdekraft abgeben, welche Wassermenge musste ihr pr. Sec. zugeführt werden, wenn ihr Wirkungsgrad zu 70 Procent angenommen wurde?

Hierzu dient die Formel:

$$Q = 0{,}107.\ \frac{N}{H}.$$

und es ist $N = 58{,}5$, $H = 3{,}23$, folglich:

$$Q = 0{,}107.\ \frac{58{,}5}{3{,}23} = 1{,}^{m}943 \text{ Cubik. Meter Wasser.}$$

12. BESTIMMUNG DER GESCHWINDIGKEIT, MIT WELCHER DAS WASSER IN DER RICHTUNG DER LEITCURVENENDEN IN DAS RAD TRITT.

Hierzu dient die Gleichung:

$$V = \frac{4{,}43\ \sqrt{H}}{\sqrt{1 + (\frac{1}{m} - 1)^2}}$$

In dieser bezeichnet:

H die Druckhöhe oder das ganze vorhandene Gefälle,

m den, der vorläufig annährend bestimmten Schützenöffnung, entsprechenden Zusammenziehungscoefficienten, welcher aus der Tafel I. des Anhanges zu entnehmen ist und

V die gesuchte Geschwindigkeit.

Aus dieser Gleichung folgt aber die practische Regel:

Um die Geschw. zu finden, mit welcher das Wasser in der Richtung der Leitcurvenenden in das Rad tritt, dividire man mit der Zahl m in 1, *ziehe vom Quotienten* 1 *ab, multiplicire die Differenz mit sich selbst und addire zu diesem Produkte wieder* 1. *Aus dieser Summe ziehe man die Quadratwurzel und dividire damit in das* 4,43*fache der Quadratwurzel aus der vorhandenen Druckhöhe, so ist der Quotient die gesuchte Geschwindigkeit.*

Beispiel. Bei der Turbine der sächs. Maschinenbauanstalt zu Chemnitz beträgt die Druckhöhe $2,^{m}266$, die Schützenöffnung $0,^{m}074$, mit welcher Geschwindigkeit tritt das Wasser aus den Leitcurven in das Rad?

Nach der Tabelle I. ist hier

$$m = \frac{0,607 + 0,614}{2} = 0,61, \text{ sonach}$$

$$V = \frac{4,43 \sqrt{2,266}}{\sqrt{1 + (\frac{1}{0,61} - 1)^2}} = 0,84.\ 4,43 \sqrt{2,266}$$

d. i. $V = 5,^{m}6$.

13. HALBMESSER DES INNERN RADKRANZES.

Der Halbmesser des innern Radkranzes einer Turbine wird mit Hilfe folgender Gleichung bestimmt:

$$r = \sqrt{\frac{n.\ Q.}{V.\ \pi.}}$$

In dieser bezeichnet:

Q die per Sec. zufliessende Wassermenge,

V die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser aus den Leitcurven in das Rad tritt,

n die Zahl, welche angiebt, um wie viel Mal der Flächenraum des Wasserbehälters oder Leitcurvenapparates grösser ist, als die Summe der Austrittsöffnungen im Rade, und die nie kleiner als 4 sein darf *).

π die Zahl $\frac{22}{7}$ als das Verhältniss des Umfanges eines Kreises zu dessen Durchmesser, letzterem $= 1$ gesetzt.

Aus diesem Ausdrucke folgt auch die einfache Regel:

Um den Halbmesser des innern Radkranzes einer Turbine zu bestimmen, multiplicire man die pr. Sec. vorhandene Wassermenge mit der Zahl n, dividire diess Produkt durch das Produkt aus der Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser aus den Leitcurven in das Rad tritt, und der Zahl $\frac{22}{7}$, und ziehe endlich aus dem Quotienten die Quadratwurzel.

Beispiel. Wie gross ist der innere Halbmesser der Turbine zu Müllbach, wenn das mittlere Gefälle daselbst $3,^{m}2$ und die pr. Sec. zufliessende Wassermenge eben so 1,94 Cubikmeter beträgt, ferner der Flächenraum des Wasserbehälters 5 mal grösser als die Summe der Austrittsöffnungen im Rade ist?

Hier ist nach Nr. 12.

$$V = 6,^{m}66,\ \text{ferner } Q = 1,94,\ n = 5,$$

sonach

$$r = \sqrt{\frac{5.\ 1,94}{6,66.\ \frac{22}{7}}} = 0,^{m}68, \text{ wofür Fourneyron 0,7 nahm.}$$

---

*) Man nehme diese Zahl wo möglich grösser als 4, namentlich bei sehr hohen Gefällen und überall da, wo natürliche Verhältnisse eben nicht vortheilhaft sind. Bei der Turbine zu Freiberg nahm man $n = 8$.

14. GESCHWINDIGKEIT DES INNEREN RADUMFANGES.

Um den grösstmöglichsten Effekt eines Wasserrades zu erhalten, ist es nothwendig, dass es eine bestimmte Geschwindigkeit annimmt. Bei den Turbinen scheint es der Erfahrung am Meisten zu entsprechen, wenn man deshalb die Geschwindigkeit des innern Radumfanges mittels der Formel

$$v = 2{,}658 \sqrt{H}.$$

bestimmt.

In dieser bezeichnet:

H die vorhandene Druckhöhe und

v die Geschwindigkeit des innern Radumfanges.

Sodann lässt sich aus ihr die practische Regel ableiten:

Um die vortheilhafteste Geschwindigkeit des innern Radkranzes einer Turbine zu erhalten, multiplicire man die Quadratwurzel aus der vorhandenen Druckhöhe mit der Zahl 2,658.

Beispiel. Wie gross ist die Geschwindigkeit des innern Radkranzes der Turbine zu Moussay bei einer Druckhöhe von $7{,}^{m}017$?

$$v = 2{,}658 \sqrt{7{,}017} = 7{,}^{m}017.$$

Der innere Radius dieser Turbine beträgt circa: $0{,}^{m}56$ und bei 63% Nutzeffect, dem bezeichneten Gefälle und $0{,}^{m}071$ Schützenöffnung machte dieselbe 120 Umgänge pr. Minute.

Hierdurch erhält man den Weg pr. Sec. oder die Geschwindigkeit:

$$v = \frac{2.\ 0{,}56.\ \frac{22}{7}.\ 120}{60} = 7{,}^{m}04.,$$ welcher Werth den eben berechneten unbedingt gleich zu setzen ist.

15. ZAHL DER UMDREHUNGEN DER TURBINE PR. MINUTE, WELCHE DEM GRÖSSTEN NUTZEFFEKT ENTSPRICHT.

Um die Zahl der Umdrehungen zu berechnen, welche die Turbine pr. Minute zu machen hat, benutze man die Formel:

$$N = \frac{30.\ v}{r.\ \pi.}$$

In dieser bezeichnet:

v die Geschwindigkeit des innern Radumfanges,

r den Halbmesser des genannten Umfanges und

π die Zahl $\frac{22}{7}$.

Zugleich lässt sich dieselbe durch folgende practische Regel ausdrücken:

Um die Zahl von Umdrehungen zu berechnen, welche eine Turbine pr. Minute zu machen hat, damit die grösstmöglichste Wirkung erreicht werde, nehme man die Geschwindigkeit des innern Radkranzes 30 mal und dividire diesen Werth durch das Produkt aus dem Halbmesser des innern Radkranzes mit der Zahl $\frac{22}{7}$ *multiplicirt.*

Beispiel. Bei der Turbine zu Müllbach beträgt das mittlere Gefälle $3{,}^{m}2$, der Halbmesser des innern Radkranzes $0,^m7$, wie gross ist die Zahl der Umdrehungen für den grösstmöglichsten Nutzeffekt?

Zuerst berechne man nach Nr. 14. die Geschwindigkeit des innern Radkranzes, welche sich zu $v = 4{,}75$ ergiebt, sodann ist

$$N = \frac{30.4{,}75}{0{,}7.\ \frac{22}{7}} = 64{,}7. \text{ Umgänge p. M.}$$

Nach Morin's Versuchen mit dieser Turbine ergab sich $N = 59$ für vorstehende Verhältnisse.

16. BESTIMMUNG DES WINKELS, WELCHEN EIN AUS DEM LEITCURVENAPPARATE TRETENDER WASSERFADEN MIT DEM HALBMESSER DES INNERN RADKRANZES BILDET*).

Hierzu benutze man die Formel:

$$\text{Sin } \alpha = \frac{V}{2v}$$

in welcher bezeichnet:

V die Geschwindigkeit, womit das Wasser in der Richtung der Leitcurvenenden in das Rad tritt (nach Nr. 12.);

V die Geschwindigkeit des innern Radkranzes (Nr. 14.) und

Sin α den Sinus des gesuchten Winkels α, welcher aus der Tabelle II. des Anhanges zu entnehmen ist.

Aus der gegebenen Formel folgt ausserdem die practische Regel:

Um den Winkel zu finden, welchen ein aus dem Leitcurvenapparate in das Rad eintretender Wasserfaden mit dem Halbmesser des innern Radkranzes bildet, dividire man die Geschwindigkeit dieses Wasserfadens durch die doppelte Umfangsgeschwindigkeit des innern Radkranzes und suche zu dem erhaltenen Quotienten in der Tafel II. des Anhanges, unter der Rubrik Sinus, das entsprechende Gradmaass.

Beispiel. Bei der Turbine der sächs. Maschinenbauwerkstatt zu Chemnitz wurde die Geschwindigkeit, womit das Wasser in das Rad tritt, zu $5,^m6$ und die des innern Radumfanges zu $3,^m34$ berechnet; wie gross ist der Winkel, unter welchem das Wasser in das Rad tritt?

$$\text{Sin } \alpha = \frac{5,^m6}{2.\ 3,^m34} = 0{,}838278, \text{ wozu der Winkel von 57 Grad gehört.}$$

17. HÖHE DES SCHÜTZENZUGES FÜR DEN GRÖSSTEN NUTZEFFEKT DES RADES.

Hierzu dient die Formel:

$$e = (\text{tang. } \alpha + \tfrac{1}{2} \text{ tang. } \delta)\ \frac{N.\ Q}{30.\ V^2}$$

In dieser bezeichnet:

α den Winkel, unter welchem das Wasser, gegen den innern Radius gerichtet, aus dem Leitcurvenapparate in das Rad tritt,

*) Das Rad stillstehend gedacht.

δ einen Winkel, den man nach Umständen zwischen 8 und 18 Grad annimmt*),

N die Zahl der Radumgänge pr. Minute,

Q die Aufschlagwassermenge pr. Minute,

V die Geschwindigkeit des in das Rad tretenden Wassers und

e die Höhe des Schützenzuges.

Aus dieser Formel ergiebt sich aber die practische Regel:

Um die Höhe des Schützenzuges zu finden, multiplicire man die pr. Sec. zufliessende Wassermenge mit der Zahl der Umdrehungen, welche das Rad pr. Min. macht.

Hierauf multiplicire man ferner die Geschwindigkeit des in das Rad tretenden Wassers mit sich selbst und mit 30, und dividire sodann das vorhererhaltene Produkt durch diess letztere.

Endlich multiplicire man noch den Quotienten mit der Summe aus der Tangente des Winkels, unter welchem das Wasser in das Rad tritt und der halben Tangente des gehörig gewählten Winkels δ. Die Werthe für diese Tangenten sind dabei einfach aus der Tafel II. des Anhanges zu nehmen.

Beispiel. Bei der von Herrn Carliczeck in Herford erbauten Turbine ist der Winkel, unter welchem das Wasser gegen den innern Halbmesser in das Rad tritt, 60° und der Winkel δ ferner 8°. Bei einem Versuche mit dieser Turbine betrug das Totalgefälle 1,^{m}46, die pr. Sec. zufliessende Wassermenge 1,437 Cubikmeter; dabei machte das Rad 32 Umgänge pr. Minute und gab einen Nutzeffekt von ziemlich 69 Procent. Es fragt sich, wie gross hierbei der Schütze aufgezogen war?

Nimmt man den Zusammenziehungscoefficienten zu 0,84 an, so ist nach Nr. 12. die Geschwindigkeit, womit das Wasser in das Rad tritt, 4,^{m}5., daher

$$e = (\text{tg}\, 60^0 + \tfrac{1}{2}\,\text{tg}\, 8^0)\,\frac{32 \,.\, 1{,}437}{30\,(4{,}5)^2};$$

$$e = 0{,}^m1364 \text{ oder ungefähr } 5\tfrac{1}{4} \text{ Zoll preuss.};$$

was mit der Erfahrung genügend stimmt, indem der Aufzug bei dem gedachten Versuche $5\frac{3}{4}$ Zoll preuss. war.

18. HALBMESSER DES ÄUSSERN RADUMFANGES.

Hierzu dient die Formel:

$$R = r\sqrt{\frac{V \,.\, \cos\alpha}{v \,.\, \text{tg}\,\delta}}.$$

In derselben bezeichnet

V die Geschwindigkeit des in das Rad tretenden Wassers,

v die Geschwindigkeit des innern Radumfanges,

α den Winkel, welchen der eintretende Wasserstrahl mit dem Halbmesser des innern Radkranzes bildet,

*) Wie in der Folge deutlich werden wird, ist diess der Winkel, welchen das letzte Schaufelelement mit der Tangente des äussern Radkranzes bildet, um dem Wasser das Austreten zu erleichtern. Man hat ihn immer so zu wählen, dass der Radkranz nicht allzubreit und die Schaufelcurven nicht zu lang werden, jedenfalls darf er aber die Grösse von 18 Grad nicht überschreiten.

δ wieder den zwischen 8^0 und 18^0 nach Umständen zu nehmenden Winkel, endlich
r den Halbmesser des innern und
R den Halbmesser des äussern Radumfanges.

Diese Formel lässt sich aber in nachstehende practische Regel einkleiden:

Um den äussern Halbmesser einer Turbine zu finden, multiplicire man die Geschwindigkeit des in das Rad tretenden Wassers mit dem Cosinus des Winkels, welche die Richtung desselben mit dem innern Radhalbmesser bildet, dividire diesen Werth durch das Produkt aus der Geschwindigkeit des innern Radkranzes mit der Tangente des Winkels δ, ziehe aus dem Quotienten die Quadratwurzel und multiplicire diese endlich noch mit dem Halbmesser des innern Radkranzes.

Beispiel. Bei der Turbine der sächsischen Maschinenbaukompagnie zu Chemnitz tritt das Wasser mit einer Geschwindigkeit von $5,^m6$ in der Richtung der Leitkurvenenden in das Rad und die Geschwindigkeit am innern Umfange des letzteren ist $3,^m34$. Ferner bildet der in das Rad tretende Wasserstrahl mit dem innern Halbmesser einen Winkel von 57 Grad, der Winkel, um welchen das letzte Schaufelelement von der äussern Radtangente abweicht, ist $\delta = 17^0$ und der innere Halbmesser $0,^m32$; wie gross ist bei diesen Verhältnissen der äussere Halbmesser des Rades?

Nach der Tabelle II. des Anhanges ist

$$\text{cosinus } 57^0 = 0{,}544639$$
$$\text{tangente } 17^0 = 0{,}305731, \text{ daher}$$
$$R = 0,^m32 \sqrt{\frac{0{,}5446 \times 5,^m6}{0{,}3057 \times 3,^m34}} = 0,^m557.$$

19. CONSTRUCTION DER SCHAUFELKURVEN.

Zur Gestalt der krummen Linie (Curve), welche jede Radschaufel bildet, ist die Spirallinie gewählt worden, wie *AOMKHEB* Fig. 1. Tafel VI. eine solche zeigt.

Da aber diese Spirale eine regelmässig-gekrümmte Linie ist, d. h. alle ihre Punkte sich nach einem bestimmten Gesetze aneinander reihen, so wird es hinreichen, wenn angegeben wird, wie man die Lage eines einzigen, ganz beliebigen Punctes, z. B. den Punct *E* derselben, findet.

Das hierzu nöthige Verfahren ist aber folgendes.

Man bestimme zuerst alle den vorhandenen Umständen entsprechenden Verhältnisse der Turbine nach den frühern Nummern dieser Abtheilung, sodann zeichne man den Grundriss des Rades oder einen Theil desselben, wie *CDT.* Fig. 1. Tafel VI., nehme einen beliebigen Punct *A* des innern Radumfanges an und ziehe durch diesen den Halbmesser *CD.*

In irgend einer Entfernung von *A* ziehe man weiter mit einem willkührlichen Halbmesser $CE = x$ den Kreisbogen *FEG* und berechne zuerst annähernd die Entfernung *FE* des Punctes *E* auf diesem Kreisbogen von dem gezogenen Halbmesser *CD*, oder was dasselbe ist, das Gradmaass des Winkels *FCE*, mit Hilfe der Formel:

$$\varphi = 57{,}327 \left\{ A(x^2 - r^2) + \frac{1}{4A} \left(\frac{\text{Log. nat. } \frac{x}{r}}{R^2} - \frac{x^2 - r^2}{2x^2\, r^2} \right) \right\}.$$

In dieser bezeichnet:

A eine für eine und dieselbe Turbine constante Zahl,

x den willkührlich angenommenen, aber genau gemessenen Halbmesser $= CE$,

r den Halbmesser des innern Radumfanges und

φ eine Anzahl von Sexagesimalgraden, aus denen später die wahre Grösse des Winkels *FCE* oder des Bogens *FE* gefunden wird.

Was die erwähnte constante Zahl A betrifft, so bestimmt man diese durch die Gleichung

$$A = \frac{\pi e v}{r Q} = \frac{\frac{22}{7} e v}{r Q}$$

d. h., wenn man die Bezeichnungen der frühern Nummern beibehält, man findet die Zahl A, wenn man das Produkt aus dem Schützenzuge, der innern Radkranzgeschwindigkeit und der Zahl $\frac{22}{7}$ durch das Produkt aus der Wassermenge pr. Secunde und dem innern Radhalbmesser dividirt.

Aus dem Ganzen folgt aber für die vorläufige Bestimmung des Winkels φ die practische Regel:

a) *Man dividire den willkührlich angenommenen Halbmesser durch den des innern Radumfanges, suche zu dem Quotienten mittels der Tafel III. des Anhanges den entsprechenden natürlichen Logarithmen und dividire diesen durch das Quadrat des äussern Radhalbmessers.*

b) *Man bestimme weiter die Differenz aus den Quadraten des veränderlichen Halbmessers und des Halbmessers vom innern Radumfange, dividire diese durch das doppelte Produkt dieser Quadrate, ziehe den Quotienten von dem unter (a) berechneten Werthe ab und dividire diese Differenz durch das vierfache der constanten Zahl A.*

c) *Die Differenz der aus den Quadraten des veränderlichen und innern Halbmessers multiplicire man ferner mit der Zahl A, addire diess Product zu dem unter (b) berechneten Werthe und multiplicire diese Summe mit der Zahl* 57,327, *so ist der Quotient annähernd das Gradmass für den gesuchten Winkel.*

Beispiel. Bei der Turbine zu Chemnitz beträgt die pr. Sec. zufliessende Wassermenge $Q = 0{,}425$ Cubikmeter, der Halbmesser des äussern Radkranzes $0{,}^{m}557$, der des innern $r = 0{,}^{m}323$, die Geschwindigkeit des letztern $v = 3{,}^{m}34$ und die Höhe des Schützenzuges $e = 0{,}^{m}074$; zu wie viel Grad berechnet sich hiernach der Werth des Winkels, wenn man den willkührlichen Halbmesser $x = 0{,}^{m}51$ annimmt?

Zuerst erhält man für A:

$$A = \frac{\frac{22}{7} \times 0{,}074 \times 3{,}34}{0{,}323 \times 0{,}425} = 5{,}66.,$$

$$\text{ferner log. nat. } \frac{0{,}51}{0{,}323} = \text{log. nat. } 1{,}57 = 0{,}451, \text{ sonach}$$

$$\varphi = 57{,}327\,(5{,}66 \times 0{,}155 + 0{,}044\ [3{,}255 \times 0{,}451 - 2{,}88])$$

$$\varphi = 57{,}237\ (0{,}877 - 0{,}063)$$

$$\varphi = 46{,}66 \text{ Grad.}$$

Auf gleiche Weise für andere Werthe des beliebigen Halbmessers $= x$ verfahren, erhält man die Zusammenstellung:

Werthe für: x =	0,m368	0,m396	0,m422	0,m453	0,m510	0,m557
Berechnete Winkel	7,88°	14°,0	21°,13	28°,79	46°,66	63°,63

Die hierdurch erhaltenen Puncte verbinde man endlich von A aus zu einer ohne Unterbrechung fortlaufenden krummen Linie, wodurch man die annähernde Gestalt einer der Schaufelcurven erhält, die nach den hierauf folgenden zur völlig richtigen Curve umzugestalten ist.

20. ERSTE FORTSETZUNG DER VORIGEN NUMMER.

Bei der eben angegebenen Schaufelconstruction war nicht auf die Widerstände Rücksicht genommen, welche das Wasser bei seiner Fortbewegung zwischen den Schaufeln erfährt; da diese jedoch nicht vernachlässigt werden dürfen, so ist jeder der, nach Nr. 19., berechneten Winkel noch mit einer für jede besondere Turbine constanten Zahl B zu multipliciren, welche letztere Zahl man aber aus der Formel

$$B = \left(1 - 0{,}00336\ \frac{lq}{a}\right)$$

zu berechnen hat.

In dieser bezeichnet:

l die Länge einer der nach dem vorigen berechneten Curven, *)

a den mittlern Querschnitt des Raumes zwischen zwei auf einander folgenden Schaufeln und

q den Perimeter oder Umfang des mittlern Querschnittes.

Zugleich erhält man für die Bestimmung der Zahl B die practische Regel:

Man multiplicire die Curvenlänge mit dem Umfange des mittlern Querschnittes zwischen zwei auf einander folgenden Curven oder Schaufeln, dividire diess Produkt durch den Inhalt dieses mittlern Querschnittes, nehme den Quotienten 0,00336 *mal und ziehe endlich diesen von der Zahl* 1 *ab. Die Differenz ist die gesuchte Zahl B.*

Beispiel. Bei der Chemnitzer Turbine fand man die Länge einer nach Nr. 19. gezeichneten Schaufelcurve zu 0,m6, den mittlern Querschnitt zwischen zwei Schaufeln 0,0034 Quadratmeter und den Perimeter dieses Querschnittes zu 0,m26; wie gross berechnete sich hierbei die Zahl *B*?

$$B = \left(1 - 0{,}00336\ \frac{0{,}6\ .\ 0{,}26}{0{,}0034}\right)$$

$$B = (1 - 0{,}15) = 0{,}85.$$

Multiplicirt man jetzt mit 0,85 die Grössen der in Nr. 19. berechneten Winkel, so erhält man:

Werthe für x =	0,m368	0,m396	0,m422	0,m453	0,m510	= R. 0, 557
Grösse der Winkel	6,69°	11°,9	17°,96	24°,47	39°,66	54°

Durch Auftragung dieser Werthe vom Halbmesser *CD* Fig. 1. Tafel VI. aus, erhielt man die Puncte *O*, *M*, *K*, *H*, *E* und *B*, die verbunden die Gestalt der Schaufel bestimmten und woran nur der untere Theil *AXO* nach der folgenden Nummer noch zweckmässig zu verändern war.

*) Die Länge einer solchen Curve findet man hinlänglich genau genug, wenn man dieselbe nach Nr. 19. zeichnet in sehr kleine Theile, z. B. in Millimeter theilt, und die Summe der dadurch erhaltenen Theile als Länge annimmt. Für die Bestimmung des mittlern Querschnittes, und dessen Perimeter muss man natürlich zwei auf einander folgende Schaufeln zeichnen.

21. ZWEITE FORTSETZUNG VON NR. 19.

Damit das aus den Leitkurvenenden in das Rad tretende Wasser bei seinem Eintritte keinen Stoss auszuüben im Stande ist, muss man das erste Element der Schaufelkurve, welches unmittelbar am innern Radumfange liegt, noch so abändern, dass die Richtung des mittlern Strahles, unter welchem das Wasser bei der Bewegung des Rades in letzteres tritt, Tangente zu diesem erwähnten Elemente ist.

Diese Tangente ist aber die Diagonale des Parallelogrammes, welches mit der Geschwindigkeit des eintretenden Wassers *) und der Geschwindigkeit des innern Radumfanges beschrieben wird. Die Construction ist sonach in Fig. 1. Tafel VI. folgende:

Man ziehe für den ersten Punct A den Halbmesser AC, trage an diesen Punct den nach Nr. 16. berechneten Eintrittswinkel CAb und ziehe ferner die Kreistangente Ac für den Halbmesser AC. Auf Ab trage man weiter 10 Theile irgend eines Maasses und auf Ac 6 solcher Theile, woraus man dann das Parallelogramm $Acdm$ construirt und in diesem die Diagonale dA angiebt.

Die verlängerte Richtung Ac dieser Diagnole ist sodann die Tangente, an welche das erste Schaufelelement anzulegen ist.

Ist diese Arbeit verrichtet, so hat man mit der grössten Sorgfalt das neue Kurvenstück AY mit dem Theile $OMKHEB$ der letztern Zeichnung so zu verbinden, dass wieder eine regelmässige Krümmung entsteht und vor allem darauf zu sehen, dass die Querschnitte zwischen zwei auf solche Weise gezeichneten Schaufeln oder ihre rechtwinkliche Entfernung wie RS nach auswärts fortwährend nach demselben Gesetze abnehmen, wie diess bei den Kurven nach der letztern Construction der Fall war, wo SR in gleicher Abnahme am Ende zur Normale BU wurde.

Nach dieser Abänderung sind endlich die Schaufeln auszuführen **).

22. CONSTRUCTION DER LEITKURVEN.

Eine völlig bestimmte Regel für die Construction der Leitkurven kann nicht gegeben werden, wenn man dabei nur berücksichtigt:

1) Dass sich ihr äusserstes Ende tangential an die Richtung des eintretenden Wasserstrahles, in der Fig. 1. Tafel VI. bei f an die Linie fb, anlegt und
2) zwei neben einander laufende Schaufeln nach aussen zu nicht zu sehr zusammen, noch weniger aber auseinandergehen, ihre Lage also daselbst möglichst parallel ist.

Bei der Chemnitzer Turbine wurde das Verfahren benutzt, welches Carliczeck bei der in Nr. 17. erwähnten Turbine zu Herford anwandte.

Man zog nämlich den Halbmesser AC, machte den Winkel CAb gleich dem Wassereintrittswinkel $= 57$ Grad und verlängerte den Schenkel Ab so weit bis der innere Radkranz bei b wieder geschnitten wurde. Hierauf verband man b mit C, zog von f aus, wo Ab den innern

---

*) Welche nämlich das Wasser annehmen würde, wenn keine Umdrehung des Rades erfolgte.

**) Vergleicht man diese Gestalt der Schaufeln mit der der St. Blasner Turbine, Tafel V, so findet man zwar, dass erstere wenig convergiren, allein wozu nützt auch bei den St. Blasner Schaufeln der ungewöhnlich grosse Bauch am Anfange und wobei man sich doch nur durch das willkührliche Zusammenziehen am Ende geholfen hat.

Anmerkung. Die Lithographie Fig. 1. Tafel VI. ist leider so ausgefallen, dass von den Radschaufeln nur die drei ersten als richtig dargestellt zu betrachten sind.

Schützenkranz schneidet, die Linie fg parallel zu AC und errichtete in den Durchschnittspuncten f und g beziehlich Normalen auf fh und gh, deren Durchschnittspunct h zum Mittelpuncte und die Länge hf zum Halbmesser der Leitkurve fkl genommen wurde. Alle übrigen Curven sind dann, wenn ihre Zahl bestimmt ist, leicht nachzuzeichnen.

23. ZAHL DER RADSCHAUFELN UND LEITKURVEN.

Theoretisch lässt sich weder die Zahl der Radschaufeln noch die der Leitkurven bestimmen, so wie es eben so wenig richtig ist, wenn ihre Anzahl als constant für alle Turbinen genommen wird *). Am meisten scheint diese Zahl noch von der vorhandenen Wassermenge abzuhängen, wonach sie um so grösser sein muss, je mehr Wasser in der Secunde zufliesst. Jedenfalls ist eine grosse Zahl Schaufeln, wenn sie namentlich aus dünnen Blechen angefertigt werden, stets vortheilhaft, indem sodann sehr viel Wasserfäden unmittelbar und nicht erst mittelbar durch die dazwischen befindlichen an die Schaufeln drücken können.

In Bezug auf die Zahl der Leitkurven scheinen die neuesten Erfahrungen gelehrt zu haben, dass man ihre Anzahl der der Schaufeln gleich annimmt, hiervon aber nur immer eine um die andere bis an den Mantel gehen lässt, der die Hauptwelle umschliesst, um den Inhalt des Wasserbehälters möglichst gross zu erhalten, und wie diess aus dem Grundrisse Tafel V. am besten erhellt.

Bei der Turbine zu Chemnitz hat man sämmtliche Leitkurven verkürzt, worüber ich jedoch bevor nicht Versuche mit diesem Rade gemacht sind, keineswegs zu urtheilen wagen will. Uebrigens hat man 36 Schaufeln und eben so viel Leitkurven angenommen.

24. HŒHE DER RADSCHAUFELN ODER WEITE DES RADES.

Die Höhe der Radschaufeln leitet man stets am besten aus den nach Nr. 17. berechneten Schützenaufzuge ab, indem man sie nur um so viel höher als letzterer ist, macht, dass bei der grössten Schützenöffnung kein Wasserstrahl entweicht, ohne seine Wirkung auszuüben **).

Fourneyron soll die Höhe der Schaufeln an mehreren seiner Räder haben vermindern müssen, was auch ganz mit den oben citirten Versuchen Morins übereinstimmt.

25. SCHÜTZE UND SCHÜTZENBACKEN.

Bei der Construction des kreisförmigen Schützens J, J Tafel V. und y, y Tafel VI. ist besonders zu merken, dass derselbe dick genug sein muss um dem austretenden Wasser einen Kanal von hinlänglicher Länge darzubieten. Damit aber auch die austretenden Strahlen eine möglichst parallele Richtung annehmen, sind mit den Schützen nach Innen gehörig abgerundete Holzkeile x, x so zu verbinden, dass deren Seitenfläche im Innern mit der Schaufelfläche selbst eine zusammenhängende Curve ausmacht, und sie sich leicht zwischen den Leitkurvenenden mit den Schützen zugleich auf- und abschieben lassen. Das Wasser tritt sodann wie durch eine cilindrische Ansatzröhre aus dem Leitkurvenapparate in das Rad und vermindert die Zusammenziehung des Wasserstrahles ausserordentlich.

---

*) Fourneyron setzt als constante Zahl 36 Schaufeln, Carliczeck 42; ersterer nimmt ferner eben so viel Leitkurven, letzterer $\frac{2}{3}$ der obigen Zahl d. i. 28 an.

**) Bei zu hohen Schaufeln, scheint der Wasserstrahl seine an den Leitkurvenenden erhaltene Gestalt für die Wirkung nachtheilig zu verändern.

Wichtig ist dabei noch zu merken, dass die erwähnten Schützenbacken niemals länger genommen werden dürfen, als höchstens $2\frac{1}{2}$ mal der normalen Breite zwischen zwei Leitcurvenenden, indem sonst Reibung und andere Widerstände die bezeichneten Vortheile wieder aufheben würden.

26. ZAPFEN DER TURBINEN,

Ein Gegenstand besonderer Aufmerksamkeit ist stets der Zapfen der Turbine gewesen, auf welchem dss Gewicht des Rades und der stehenden Hauptwelle ruht *), und besonders die Frage, wie man einen solchen stets gut mit Schmiere versehen könne.

Fourneyron liess bei seinen ersten Turbinen das Schmieren unmittelbar durch einen Arbeiter vornehmen, allein, da durch Vernachlässigung der Fall eintrat, dass sich der Zapfen an sein Lager gleichsam anschweisste und abbrach, so wandte er später die Vorrichtung an, wie solche bei der St. Blasner Turbine bereits erwähnt wurde, wo man nämlich das Oel von oben herab durch eine Metallröhre dem Zapfen zuführt. So vortheilhaft diese Anordnung erscheint, so möchte doch das Verschmieren dieser dünnen Leitungsröhre nicht immer zu umgehen sein, weshalb man denn auch neuerdings bei einigen Turbinen angefangen hat, den Zapfen fortwährend im Wasser gehen zu lassen.

Bei der Chemnitzer Turbine suchte man das Zapfenübel dadurch zu umgehen, dass man die Hauptwelle, an welcher sich das Rad befindet, an ihrem oberen Ende in einem Ringe aufhing und auf der Fläche desselben, die mit der Welle fest verbundenen Auflager wie Zapfen laufen lässt, am untern Ende aber nur eine zweckmässige Vertikalführung anbrachte.

So sehr ich hierbei anfänglich ein sehr vermehrtes Reibungsmoment fürchtete, so scheint doch die Erfahrung dies nicht zu bestätigen, indem, da die Aufstellung der Turbine ziemlich vollendet, ein starker Mann, an einem Hebel, der ungefähr 1 Fuss (franz.), von der mathematischen Wellaxe ausgerechnet, lang ist, die Umdrehung zu bewirken im Stande ist. Später vorzunehmende genaue Versuche, werden hoffentlich hierüber noch mehr lehren **).

27. ANLAGE DER TURBINEN, NUTZEFFEKT U. S. W.

Unbedingt falsch ist es, wenn man die Behauptung aufstellt, es wären die Turbinen im Stande sämmtliche vertikale Wasserräder zu verdrängen.

Vor allem möchten für das Anlegen von Turbinen, Construction und Ausführung die grössten

*) Bei dem Gange des Rades ist unstreitig die Wirkung des einfallenden Wassers auf dem Zapfen ganz und gar ausser Acht zu lassen, indem dann aller Druck auf die Bewegung des Wassers selbst verwandt ist, und somit für den Zapfen ganz wegfällt.

**) In einem völlig glaubwürdigen neuerdings aus Freibarg mir zugekommenen Schreiben lautet es hinsichtlich dieses Gegenstandes wie folgt:

„Beziehlich des Spitzzapfens der Muld'er Hütten Turbine ist es gegangen wie bei manchen andern derartigen Rädern: man hat Noth mit diesem Zapfen gehabt, um ihn glatt gebend zu erhaltan; doch ist diess keineswegs gelungen, vielmehr hat Zapfen und Lager sich excentrisch gegenseitig abgearbeitet und somit die Hauptaxe eine ausservertikale Richtung angenommen. Statt des ersten Zapfens (wie ihn unsere Tafei III. erkennan lässt) hat man jetzt einen ausgehöhlten Stift angebracht, der mit seiner Höhlung auf einem festgemachten Lagerdorn läuft. Ein kupfernes Röhrchen, dessen Fassungsraum durch eine den erwähnten Stift umgebende Blechkappe erweitert ist, führt von eben herab einiges Oel zu, und wodurch denn der beabsichtigte Zweck erreicht ist.“ (In der Hauptsache ist daher letztere Anordnung der vergleichbar, welche die St. Blasner Turbine Tafel IV. zeigt.)

Hindernisse sein, welche sich in den Weg stellen, da, wenigstens in Deutschland, noch manches Jahr vergehen wird, ehe unsere sogenannten Zeugarbeiter die hierzu nöthigen Kenntnisse mit ihren Erfahrungen verbinden werden. Hier muss man unbedingt rechnen, hier geht es durchaus nicht, ein Rad nach dem andern zu bauen oder den sogenannten practischen Blicke allein zu vertrauen.

Aber auch die Ausführung dieser Räder in der Werkstatt des Maschinenbauers erfordert die grösste Aufmerksamkeit, die grösste Sorgfalt und Umsicht, sonst wird, ungeachtet aller Berechnung, doch noch kein gutes Rad zu Stande kommen.

Wohl hat man sich ferner überzeugt, dass Fourneyrons erste Angabe, von 80 und mehr Prozent Nutzeffect dieser Räder, Selbsttäuschung war, allein 60 bis 70 Prozent können sie gewiss geben, wie die neuesten Erfahrungen wiederholt lehren, wenn nur Alles dabei berücksichtigt wird, was zu berücksichtigen unbedingt nothwendig ist.

Was endlich die Wahl zwischen vertikalen Rädern und Turbinen bei einer zu machenden Anlage betrifft, so ist bestimmt zu behaupten, dass man überall, wo ein oberschlägiges Rad, oder ein Rad mit einigermassen hohem Kropfe und namentlich mit sogenanntem Ueberfallschützen noch möglich ist, ein solches der Turbine vorzuziehen hat, da erstere mit Aufmerksamkeit ausgeführt, leicht über 70 Prozent Nutzeffekt abgeben. Nur in den Fällen, wo, wie bei Mahlmühlen, die horizontale Bewegung der Turbine unmittelbar benutzt werden kann, oder auch mit vielem Stauwasser gekämpft werden muss, möchte dieser Satz eine Abänderung erfahren, indem, wie schon früher erwähnt, die Turbinen bis zu bedeutenden Tiefen im Unterwasser waden können, ohne dass ein sehr merklicher Verlust an Nutzeffect eintritt.

Bei allen sehr niedrigen und ausserordentlich hohen Gefällen gebührt den Turbinen durchaus der Vorzug, und legt man sie unter solchen Verhältnissen nicht an, so kann der Grund nur Mangel an Einsicht, die Furcht vor schlechter Ausführung oder vor den, wohl mehr scheinbaren, grössern Unkosten sein.

III. Abtheilung.

Mathematische Theorie der Turbinen und der practischen Regeln, welche in der II. Abtheilung aufgestellt sind.

28. PRINZIP DER LEBENDIGEN KRÄFTE.

Ehe die Herleitung der Formeln der vorigen Abtheilung geschieht, mögen einige Sätze vorausgehen, die zur leichteren Auffassung des Folgenden für manche Leser nicht ohne Nutzen sein werden.

Nach Newton's zweitem Bewegungsgesetze verhalten sich die Längen der in der Richtung der wirkenden Kräfte gleichzeitig durchlaufenen Wege, wie diese Kräfte selbst. Diess Gesetz findet aber auch noch Anwendung bei veränderlich wirkenden Kräften, wenn man nur die Zeiten, in welchen die Bewegung stattfindet, unendlich klein annimmt.

Bezeichnet daher p das Gewicht eines Körpers und ist $g = 9,^{m}81$ die Geschwindigkeit, welche ihm die Schwere am Ende der ersten Secunde ertheilen würde, wenn er ihr frei folgen könnte, oder $g\partial t$ in dem Zeitelemente ∂t; ferner φ eine andere ebenfalls beschleunigende Kraft, die fähig ist, demselben Körper während der Zeit ∂t einen Zuwachs an Geschwindigkeit $= \partial v$ zu geben, so erhält man die Proportion:

$$p : \varphi = g\partial t : \partial v \text{ und hieraus}$$

$$\varphi = \frac{p}{g} \cdot \frac{\partial v}{\partial t}.$$

Der Quotient $\frac{p}{g}$ aus dem Gewichte eines Körpers durch die Erdbeschleunigung dividirt, giebt aber die Masse $= M$ desselben Körpers an*), so dass aus letzterem Ausdrucke folgt

$$(1)\ \varphi = M \cdot \frac{\partial v}{\partial t}.$$

Für das Gegenwärtige und Nachfolgende werde nun bemerkt, dass das Produkt einer in Gewicht ausgedrückten Kraft in den Weg, welchen der Angriffspunct auf den sie wirkt, nach einer bestimmten Zeit zurücklegt, die Grösse der von dieser Kraft verrichteten Arbeit (quantité de

*) Baumgarten's Naturlehre. S. 25. und Poissons Mechanik. §. 60.

travail) genannt wird, oder wenn der zugehörige Weg unendlich klein ist, diess Produkt den besondern Namen der elementaren Arbeit erhält.

Für obige Kraft $= \varphi$ ist daher, wenn dieselbe in der Zeit ∂t den Weg ∂e zurücklegt, die Grösse der elementaren Arbeit

$$\varphi \, . \, \partial e \, .$$

oder wenn der Werth aus (1) eingeführt wird:

$$(2) \quad \varphi \;\; \partial e = M \frac{\partial v}{\partial t} \, . \, \partial e.$$

Wird aber in der Zeit ∂t der Weg ∂e zurückgelegt und man nimmt an, dass in der Einheit der Zeit der Weg $= v$ durchlaufen wird, so muss sich, weil ∂t und ∂e unendlich klein sind, verhalten

$$v : \partial e = 1 : \partial t;$$

d. g.

$$\partial e = v \, . \, \partial t;$$

und wenn man diesen Werth in (2) setzt, folgt

$$(3) \quad \varphi \partial e = Mv \, . \, \partial v.$$

29. FORTSETZUNG.

Nach Newton's drittem Bewegungsgesetze sind Wirkung und Gegenwirkung einander gleich, aber gerade entgegengesetzt. Wird diess auf den vorigen §. angewandt, so wird man sagen können, indem man zugleich das Zeichen — einführt, es ist $- M \frac{\partial v}{\partial t}$ die Kraft, welche sich der Kraft φ entgegenstellt und ihr das Gleichgewicht hält.

Hierin liegt aber zugleich auch die Möglichkeit, dass man sich unter der Kraft φ eine Summe von Kräften denken kann, wie man nur will, wenn man nur immer auf der andern Seite in dem Ausdrucke $- M \frac{\partial v}{\partial t}$, für jede einzelne zu φ hinzukommende Kraft, eine solche einführt, welche im Stande ist die Wirkung der hinzugebrachten zu vernichten.

Bezeichnet man sonach durch $\Sigma \; \varphi \partial e$ die Summe der elementaren Arbeiten, d. h. auch die mitgerechnet, welche durch die zu φ hinzugekommenen Kräfte verrichtet werden (und dabei solche negativ genommen, welche im entgegengesetzten Sinne der Bewegung wirken), so wird man die Summe der elementaren Arbeiten, welche durch die mit $- \frac{M \partial v}{\partial t}$ vereinten Kräfte verrichtet werden, bezeichnen müssen durch $\Sigma - \frac{M \partial v}{\partial t}$ oder $\Sigma - Mv\partial v$, oder auch durch $- \Sigma \; Mv\partial v$.

Wegen der unendlich kleinen Wege ∂e und ∂v sind aber die letzteren Ausdrücke als virtuelle Momente zu betrachten und da die Elementarmechanik lehrt*), dass für jede unendlich kleine Bewegung eines Systemes von Kräften die algebraische Summe dieser Momente gleich Null ist, so erhält man die Gleichung:

*) Brix. Elementarlehrbuch der dynamischen Wissenschaften 1. Bd. §. 113. und Poisson §. 329.

$$\Sigma\, \varphi \delta e - \Sigma\, M v \delta v = o, \text{ woraus folgt:}$$
$$\Sigma\, \varphi \delta e = \Sigma\, M v \delta v.$$

Durch Integration dieser Gleichung lässt sich die Gesammtarbeit finden, welche durch das System von Kräften während der Zeit verrichtet ist, wo dasselbe von der Geschwindigkeit v_1 zu der v gelangte, man erhält nämlich:

$$(1) \quad \int \Sigma\, \varphi \delta e = \int_{v_1}^{v} \Sigma\, M v \delta v = \Sigma\, \tfrac{1}{2} M v^2 - \Sigma\, \tfrac{1}{2} M v_1^2.$$

Hierbei werden die Ausdrücke $\frac{1}{2}Mv^2$ und $\frac{1}{2}Mv_1^2$, d. i. die halben Produkte aus den Massen in die Quadrate der beziehlichen Geschwindigkeiten, lebendige Kräfte genannt, wobei man jedoch wohl zu merken hat, dass bei diesem Namen von jeder metaphysischen Bedeutung abstrahirt werden muss*) und dass diese Ausdrücke vielmehr nur von anderer Form sind als die Produkte aus den Gewichten der Körper in die Höhen, von welchen sie herabfallen müssen, wenn sie die Endgeschwindigkeiten v oder beziehlich v_1 erreichen sollen.

Dass numerisch beide Bezeichnungen ganz gleich sind, lässt sich einfach so zeigen. Es ist bekanntlich

$$v^2 = 2gh \text{ und } M = \frac{Q}{g},$$

wenn h die zu v gehörige Geschwindigkeitshöhe, Q das Gewicht der Masse M und $g = 9{,}^{m}81$ bezeichnet, daher ist auch

$$\tfrac{1}{2} M v^2 = \tfrac{1}{2} \cdot \frac{Q}{g} \cdot 2gh = Q \cdot h, \text{ wie angegeben wurde**)}.$$

30. FORTSETZUNG.

In der industriellen Mechanik hat man besonders folgende Kräfte in Rechnung zu bringen:

1) Nutzkräfte, d. sind solche, welche von allen vorhandenen Kräften zur Verrichtung der eigentlichen Arbeit allein übrig geblieben sind;
2) Kräfte zur Ueberwältigung der Reibung, Adhäsion, Seilbiegung etc., und endlich
3) Kräfte, welche bestimmt sind, sowohl die Arbeit der Nutzkräfte, die Nutzarbeit zu verrichten, als alle vorhandenen in (2) angegebenen Widerstände zu überwältigen.

Zum gehörigen Unterschiede nennt man (1) und (2) die widerstehenden und (3) die bewegenden Kräfte, so wie die Produkte derselben in die von ihnen zurückgelegten Wege beziehlich die Grössen der widerstehenden und bewegenden Arbeiten.

Bezeichnet man dann die Summe der elementaren Arbeiten der bewegenden Kräfte durch $\Sigma\, P\delta p$, so wird man die der widerstehenden $P_1 \delta p_1$ mit $-\Sigma\, P_1 \delta p_1$ bezeichnen müssen, so dass die Gesammtsumme beider $\Sigma P\delta p - \Sigma\, P_1 \delta p_1$ ist.

---

*) Auch die Eintheilung der Kräfte, in todte und lebendige, welche zuerst Leibnitz machte, hängt hiermit gar nicht zusammen. Todte Kraft nannte Leibnitz diejenige, welche keine Bewegung, sondern nur Streben nach Bewegung hervorbringt; lebendige, die wirkliche Bewegung erzeugt.

**) Viele Mathematiker, wie Navier, Poncelet und Andere nennen das Produkt aus dem Quadrate der Geschwindigkeit eines Körpers multiplicirt mit der Masse des letztern, lebendige Kraft, allein dann hat man für $2 \cdot Q.h$ einen andern Namen als für das einfache Qh, was offenbar zu Irrungen führen kann. Obige Schreibart $\frac{1}{2}Mv^2$ führte zuerst Coriolis ein, neuerdings braucht sie auch Lamé in seiner Physik etc.

Für den Fall daher, dass wie in §. 29 die Bewegung des Systemes so lange betrachtet wird, als es von der Geschwindigkeit v_1 zur Geschwindigkeit v gelangt ist, erhält man aus demselben §. nach (1) weil $\Sigma q \delta e = \Sigma P \delta p - \Sigma P_1 \delta p_1$ sein muss:

$$\text{I.} \quad \int \Sigma P \delta p - \int \Sigma P_1 \delta p_1 = \Sigma \tfrac{1}{2} M v^2 - \Sigma \tfrac{1}{2} M v_1^2.$$

Hieraus folgt aber der wichtige Satz:

Bei jedem in Bewegung begriffenen Systeme von Körpern, ist die Differenz der Summe der bewegenden Arbeit über die Summe der widerstehenden, während einer gewissen Zeit, der Veränderung (dem Zuwachse oder der Abnahme) der Summe der lebendigen Kräfte aller Massen des Systemes, während derselben Zeit, gleich.

Dieser Satz wird das Princip der lebendigen Kräfte oder der Transmission der Arbeit genannt.

Sind keine widerstehenden Kräfte vorhanden, oder kann man dieselben als für die Praxis ohne besondern Nachtheil unberücksichtigt lassen, so erhält man:

$$\text{II.} \quad \int \Sigma P \delta p = \int \Sigma \tfrac{1}{2} M v^2 - \int \Sigma \tfrac{1}{2} M v_1^2.$$

Für den Fall, dass die Bewegung des Systems mit o Geschwindigkeit oder von dem Zustande der Ruhe aus beginnt, ist $v_1 = o$ zu setzen und deshalb folgt aus I.:

$$\text{III.} \quad \int \Sigma P \delta p - \int \Sigma P_1 \delta p_1 = \Sigma \tfrac{1}{2} M v^2.$$

Wie schon oben bemerkt enthält das Integral $\int \Sigma P_1 \delta p_1$ auch die widerstehende Arbeit, die von der Reibung und andern Hindernissen herrührt. Will man aber z. B. die Arbeit der Reibung besonders berücksichtigen und $= \Sigma P_1 \delta p_1$ als blosse Nutzarbeit betrachten, so ist zu letzterem noch ein Integral von der Form $\int \Sigma f N . \delta s$ hinzuzufügen, in welchem f den Reibungscoefficienten, N den Normaldruck der sich reibenden Theile und δs das Element des Weges bezeichnet.

Man erhält dann aus I. den Ausdruck:

$$\text{IV.} \quad \int \Sigma P \delta p - \int \Sigma P_1 \delta p_1 - \int \Sigma f N . \delta s = \Sigma \tfrac{1}{2} M v^2 - \Sigma \tfrac{1}{2} M v_1^2.$$

Anmerkung. Vollständigere und strengere Beweise für das Prinzip der lebendigen Kräfte findet man in Coriolis Werke: *Du Calcul de l'effect des machines*, in Belidors *Architecture hydraulique avec des notes et additions par M Navier* und in Poncelets *Cours de Mécanique appliquée, édition lithographiée.*

31. GESCHWINDIGKEIT DES WASSERS, WELCHES AUS EINEM BEHÄLTER AUSFLIESST, DER MIT EINER KURZEM ANSATZRÖHRE VERSEHEN IST.

Es sei *ABCD* Fig. 2. Tafel VI. der Wasserbehälter, *EFGH* die Ansatzröhre und *AB* der immer konstante Oberwasserspiegel. Ferner sei die Geschwindigkeit des Wassers in *AB* gleich U und der Querschnitt daselbst $= F$, die Geschwindigkeit in *GH* sei gleich V und der Querschnitt der Röhre $= f$; endlich sei die in der Zeit δt ausfliessende Wassermasse $= \delta M$.

Hat sich dann ein solcher Elementarwasserkörper von *AB* bis *GH* bewegt, so muss ein Zuwachs an lebendiger Kraft entstanden sein, der gleich ist nach vorigem §.

$$(1) \quad \tfrac{1}{2} \delta M (V^2 - U^2).$$

Lässt man aber die Hypothese von dem Parallelismus der Schichten gelten*) und weil ferner die Flüssigkeit eine ununterbrochene Masse bildet, so muss sein:

$$FU = fV \text{ oder } U = \frac{fV}{F};$$

und somit folgt aus (1) der Ausdruck:

$$(2) \quad \tfrac{1}{2}\,\partial MV^2\left(1 - \frac{f^2}{F^2}\right).$$

Noch aber ist hierbei die Zusammenziehung des Wasserstrahles bei EF unbeachtet geblieben, wodurch natürlich ein Verlust an Geschwindigkeit und somit auch an lebendiger Kraft entstehen muss.

Es sei zu diesem Ende die Geschwindigkeit in EF, gleich U^1. Stösst dann ein Elementarschnitt ∂M des Wasserkörpers dieser Abtheilung auf einen eben solchen in der Abtheilung GH, wo die Geschwindigkeit V statt hat, so wird durch den Stoss die Geschwindigkeit $U^1 - V$ und also die lebendige Kraft

$$(3) \quad \tfrac{1}{2}\,\partial M\,(U^1 - V)^2$$

verloren gehen.

Wie oben muss aber auch hier sein $Vf = mU^1 f$, wo m den Contractionscoefficienten in EF, bezeichnet, oder $U^1 = \frac{V}{m}$ und deshalb nach (3) der Verlust an lebendiger Kraft:

$$\tfrac{1}{2}\,\partial MV^2\left(\tfrac{1}{m} - 1\right)^2.$$

Die Summe der gewonnenen und verlorenen lebendigen Kräfte ist aber sodann:

$$(4) \quad \Sigma\,\tfrac{1}{2}\,Mv^2 - \Sigma\,\tfrac{1}{2}\,Mv_1^2 = \int \tfrac{1}{2}\,\partial MV^2\left(1 - \frac{f^2}{F^2}\right) + \int \tfrac{1}{2}\,\partial MV^2\left(\tfrac{1}{m} - 1\right)^2.$$

Wird ferner die ganze Druckhöhe von AB bis GH durch H ausgedrückt, so ist die Summe der Arbeit der bewegenden Kräfte, wenn man das absolute Gewicht des Wassers vernachlässigt,

$$\int \Sigma\, P\partial p = \int \partial M.\, g.\, H., \text{ und daher nach II. §. 30,}$$

indem man die Summe der widerstehenden Arbeit als gleich Null annimmt, weil das ausfliessende Wasser nur noch die atmosphärische Luft als Widerstand findet:

$$\int \partial Mg\,.\,H = \int \tfrac{1}{2}\,\partial MV^2\left(1 - \frac{f^2}{F^2}\right) + \int \tfrac{1}{2}\,\partial MV^2\left(\tfrac{1}{m} - 1\right)^2$$

aus welcher Gleichung aber unmittelbar folgt:

$$gH = \tfrac{1}{2}\,V^2\left(1 - \frac{f^2}{F^2}\right) + \tfrac{1}{2}\,V^2\left(\tfrac{1}{m} - 1\right)^2.$$

Vernachlässigt man hierin noch die Grösse $\frac{f^2}{F^2}$, indem man F sehr gross gegen f voraussetzt, so erhält man:

---

*) d'Aubisson de Voisins Hydraulique §. 75.

$$gH = \tfrac{1}{2} V^2 + \tfrac{1}{2} V^2 (\tfrac{1}{m} - 1)^2 \text{ und}$$

$$2\,gH = [1 + (\tfrac{1}{m} - 1)^2]\, V^2 \text{ oder}$$

$$V = \sqrt{\frac{2\,gH}{1 + (\frac{1}{m} - 1)^2}} \text{ oder auch weil } g = 9,^{m}81 \text{ ist,}$$

$$V = \frac{4{,}43\sqrt{H}}{\sqrt{1 + (\frac{1}{m} - 1)^2}}.$$

Von dieser Formel ist aber in der vorigen Abtheilung in eben dem Sinne Gebrauch gemacht worden als wofür sie hier entwickelt wurde *).

32.. GLEICHUNG FÜR DEN NUTZEFFECT DER TURBINEN.

Es sei Fig. 3. Tafel VI. der Horizontaldurchschnitt durch das Rad und durch den Leitkurvenapparat einer Turbine, ferner sei *AB* eine der Schaufelkurven, *HD* die Richtung des einkommenden Wasserstrahles, wenn das Rad als stillstehend gedacht wird, und *AE* die Tangente für den Punct *A* oder die Richtung, in welcher dieser Punct bei der Bewegung ausweicht.

Ausserdem bezeichne:

- *H* die gesammte, vorhandene Druckhöhe,
- *V* Die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser in der Richtung der Leitkurvenenden in das Rad tritt,
- v die Geschwindigkeit des innern Radkranzes,
- *R* den äusseren und
- *r* den innern Radhalbmesser,
- α den Winkel *CAH*, welchen der Wasserstrahl *AH* mit dem Halbmesser *AC* bildet,
- δ den Winkel, um welchen das Schaufelement bei *B* von der Tangente des Kreises an diesem Punkte abweicht,
- *P* die Kraft, welche tangential am Puncte *A* durch die Wirkung des Wassers ausgeübt wird, endlich
- *M* die Masse des pr. Sec. einfliessenden Wassers und
- *g* die Zahl $9,^{m}81$.

Construirt man vor Allem mit den beiden Geschwindigkeiten *V* und v, d. i. mit den Linien *AD* und *AE* das Parallelogramm *DAEF*, so ist die Diagonale *AF* desselben die Richtung der Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser bei der Bewegung des Rades in die Schaufel *AB* tritt.

Bei der Ausführung der Schaufeln, ist aber stets darauf zu sehen, dass sich das erste Element *A* tangential an *AF* legt, indem dann der eintretende Wasserstrahl keinen Stoss auszuüben vermag und also auch ein Verlust an lebendiger Kraft vermieden ist.

Die relative Geschwindigkeit $AF = c$, mit welcher das Wasser längs der Schaufelkurve hinlaufen wird, muss aber sein

$$(1)\quad c = \sqrt{V^2 + v^2 - 2\,Vv \sin\alpha}$$

---

*) Navier leitete dieselbe zuerst mit Hülfe des Prinzipes der lebendigen Kräfte auf ähnliche Weise und auf Bossut's und Dubats Versuche gestützt in den §. 30. citirten Werke Belidors her.

und daher die lebendige Kraft, welche das Wasser in diesem Augenblicke besitzt:

$$(2)\ \tfrac{1}{2} M (V^2 + v^2 - 2 Vv \sin \alpha).$$

Während sich aber das Wasser längs der Schaufelcurven hinbewegt, tritt eine Vermehrung der lebendigen Kraft durch die Centrifugalkraft ein, die sich wie nachstehend berechnen läst.

In jedem Elementarlehrbuche findet man für die Grösse der Centrifugalkraft den Ausdruck:

$$\frac{Q \cdot \omega^2 . x}{g},$$

wo Q das Gewicht des bewegten Körpers, ω die Winkelgeschwindigkeit desselben in der Entfernung $= x$ von der Drehaxe und $g = 9,^m81$ bezeichnet.

Führt man statt Q die Masse des Körpers $= M$ ein, so hat man zu setzen $\frac{Q}{g} = M$ und man erhält

$$M . \omega^2 . x.$$

Durchläuft aber die Masse $= M$ in der Zeit δt den Weg δx, so ist die Grösse der durch die Centrifugalkraft erzeugten elementaren Arbeit:

$$M . \omega^2\, x . \delta x^{m \cdot k.}$$

Um jetzt diesen Ausdruck für den vorstehenden Fall zu benutzen, so ist dessen Integral für den Weg $R - r$ oder für die Breite des Radkranzes zu nehmen, d. g.

$$\int_r^R M\omega^2 x \delta x = \frac{M\omega^2}{2} (R^2 - r^2) \text{ und da } \omega = \frac{v}{r}$$

sein muss:

$$\int_r^R M\omega^2 x \delta x = \frac{M}{2}\ \frac{(R^2 - r^2)\, v^2}{r^2}.$$

Die gesammte lebendige Kraft also, welche das Wasser besitzt, indem es tangential zum Rade bei B austritt, ist daher, wenn man den letzteren Werth zu (2) addirt,

$$\tfrac{1}{2} M \left[V^2 + v^2 - 2 Vv \sin \alpha + \left(\frac{Rv}{r}\right)^2 - v^2\right] \text{ oder}$$

$$(3)\ \tfrac{1}{2} M \left[V^2 + \left(\frac{Rv}{r}\right)^2 - 2 Vv \sin \alpha\right]$$

Noch ist hierbei der Winkel δ ganz unberücksichtigt geblieben und man hat angenommmen, es lege sich auch das äusserste Schaufelement B tangential an den Umfang des äussern Radkranzes. Hierdurch wird aber dem ausfliessenden Wasser der Austritt sehr erschwert, während eine unbedeutende Abweichung von der tangentialen Richtung, wie in der Folge deutlich werden wird, sehr geringe Verluste herbeiführt.

Giebt man deshalb den austretenden Wassor die Richtung BK, so dass diese mit BG den Winkel $KBG = \delta$ einschliesst, so muss, wegen der Geschwindigkeit BL des äussern Radkranzes, die Diagonale BN des Parallelogramms $LNKB$ die wirkliche Geschwindigkeit des ausfliessenden Wassers sein *). Bezeichnet man ferner diese letztere Geschwindigkeit mit U und die BK mit u, so wird

*) Diess Verfahren den Winkel δ in Rechnung zu bringen, hat zuerst Hr. Professor Weissbach in seiner Bergmaschinenmechanik. Band II. S. 134 angewandt.

$$U = \sqrt{u^2 + \left(\frac{Rv}{r}\right) + 2\,u\left(\frac{Rv}{r}\right)\cos\,(180 - \delta)} \text{ und hieraus}$$

$$(4)\ U^2 = \left\{u^2 + \left(\frac{Rv}{r}\right)^2 - 2\,u\left(\frac{Rv}{r}\right)\cos\delta\right\}.$$

Nach dem Principe der lebendigen Kräfte ist aber für vorstehenden Fall:

$$Mg\,.\,H - Pv = \tfrac{1}{2}\,MU^2 \text{ und daher der Nutzeffect des Rades:}$$

$$Pv = Mg\,.\,H - \tfrac{1}{2}\,MU^2,$$

oder wenn man $H = \frac{V^2}{2g}$ und für U^2 den Werth aus (4) setzt:

$$Pv = \tfrac{1}{2}\,M\left\{V^2 - u^2 - \left(\frac{Rv}{r}\right)^2 + 2\,u\left(\frac{Rv}{r}\right)\cos\,.\,\delta\right\}.$$

Um endlich auch u zu entfernen, bemerke man, dass wegen (3)

$$u^2 = V^2 + \left(\frac{Rv}{r}\right)^2 - 2\,Vv\,.\,\sin\alpha \text{ ist, desshalb}$$

$$(5)\ Pv = \tfrac{1}{2}\,M\left\{2\,Vv\sin\alpha - 2\left(\frac{Rv}{r}\right)^2 + 2\left(\frac{Rv}{r}\right)\cos\delta\sqrt{V^2 + \left(\frac{Rv}{r}\right)^2 - 2\,Vv\sin\alpha}\right\}.$$

Soll dieser Ausdruck ein Maximum werden, so ist

$$(6) - 2\left(\frac{Rv}{r}\right)^2 + 2\left(\frac{Rv}{r}\right)\cos\delta\sqrt{V^2 + \left(\frac{Rv}{r}\right)^2 - 2\,Vv\sin\alpha} = o,$$

so wie auch $\delta = o$ zu setzen, d. g. aber

$$\left(\frac{Rv}{r}\right)^2 = V^2 + \left(\frac{Rv}{r}\right)^2 - 2Vv\sin\alpha, \text{ d. i.}$$

$$2v\sin\alpha = V \text{ und}$$

$$(7)\ \sin\alpha = \frac{V}{2v},$$ woraus denn auch ganz richtig folgt, wenn man diesen Werth in (5) setzt:

$$Pv = \tfrac{1}{2}\,MV^2,$$

d. h. das Rad wäre unter den gemachten Bedingungen im Stande einen Nutzeffekt zu geben, welcher der ganzen natürlich vorhandenen lebendigen Kraft gleich ist.

In der Wirklichkeit ist diess jedoch ganz anders, und zwar kann vor Allem δ nicht gleich Null genommen werden. Behält man aber δ bei, so folgt aus (6)

$$\left(\frac{Rv}{r}\right)^2 = \cos\delta^2\left\{V^2 + \left(\frac{Rv}{r}\right)^2 - 2\,Vv\sin\alpha\right\} \text{ und hieraus wieder}$$

$$2\,Vv\sin\alpha = V^2 - \frac{R^2v^2}{r^2\cos\delta^2} + \frac{R^2v^2}{r^2} = V^2 - \left(\frac{Rv}{r}\right)^2(\sec.\,\delta^2 - 1) \text{ oder}$$

$$(8)\ \sin\alpha = \frac{V^2 - \left(\frac{Rv}{r}\,\mathrm{tg}\delta\right)^2}{2Vv}$$

Führt man aber diesen Werth in (5) ein, so erhält man:

$$Pv = \frac{1}{2} M \left\{ V^2 - \left(\frac{Rv}{r} \operatorname{tg}\delta \right)^2 \right\},$$

oder wenn man statt der Masse = M des Wassers das Gewicht desselben also $M = \frac{Q}{g}$ setzt, den Nutzeffekt zu:

$$\text{I. } Pv = \frac{Q}{2g} \left\{ V^2 - \left(\frac{Rv}{r} \operatorname{tg}\delta \right)^2 \right\}.$$

Will man ausserdem den Verlust an lebendiger Kraft berechnen, der dadurch entsteht, dass das Wasser das Rad mit der Geschwindigkeit *U* verlässt und der Winkel δ eingeführt wurde, so sieht man leicht, dass hierzu der Ausdruck (4) dient, nach welchem dieser Verlust ist:

$$\text{II. } \frac{1}{2} MU^2 = \frac{1}{2} M \left\{ u^2 + \left(\frac{Rv}{r} \right)^2 - 2\, u \left(\frac{Rv}{r} \right) \cos \delta \right\}.$$

33. FORTSETZUNG.

Aus Poncelets oben angeführter schätzbarer Abhandlung geht hervor, dass bei der Ableitung der vorstehenden Effektgleichung, die übrigens von der Bordaschen und Navierschen nicht bedeutend abweicht, mit der von Weissbach aber in dem oben citirten Werke übereinstimmt, besonders auf die Widerstände hätte Rücksicht genommen werden sollen, die in den Abflussröhren des Rades auftreten. Allein so richtig dies ist, so ist doch auch eben so gewiss, dass der Einfluss, der durch die bemerkten Widerstände auf den Nutzeffekt ausgeübt wird, für die Praxis hinreichend genug durch Einführung sogenannter Erfahrungscoefficienten in die Gl. I. §. 32. mit in Rechnung gebracht werden wird, dass man also auch, so weit es möglich, aus vorstehender Theorie Constructionsverhältnisse entnehmen darf.

Ganz anders ist es allerdings bei der Aufstellung einer Gleichung für die Schaufelcurven, indem dabei die genannten Widerstände durchaus mit in Rechnung zu bringen sind und wie auch aus dem Nachstehenden hinreichend deutlich werden wird.

Wichtig möchte aber noch Poncelets Resultat auf S. 15 der erwähnten Abhandlung genannt werden, nach welchem für ein Maximum des Nutzeffektes sein muss:

$$v = 0{,}707 \sqrt{2gH},$$

d. h. die Geschwindigkeit des innern Radumfanges ist ungefähr 0,7 von der zu nehmen, welche der disponibeln Gefällhöhe = H entspricht.

Uebrigens zeigt im Allgemeinen Poncelets Theorie, dem früher citirten Morinschen Versuchen analog, von den Turbinen:

1) dass sie, wenn man von allen passiven Widerständen absieht, ziemlich gleich vortheilhaft bei allen Gefällen arbeiten können;
2) dass sich ihre Umfangsgeschwindigkeiten in ziemlich weiten Grenzen von derjenigen verändern können, welche dem Maximum des Nutzeffektes entspricht;
3) dass bei einer bestimmten Schützenöffnung die Wassermenge, welche in einer gewissen Zeit verbraucht wird, vornehmlich von der Geschwindigkeit abhängt, womit die Umdrehung erfolgt, und

4) dass sie bis zu bedeutenden Tiefen im Unterwasser waden können, ohne den Nutzeffekt zu vermindern.

34. GLEICHUNG FÜR DIE SCHAUFELCURVEN.

In Fig. 4. Tafel VI. sei AH die Gestalt einer der Curven, welche die Radschaufeln bilden und B ein beliebiges Element einer solchen, ferner sei

x die Länge des veränderlichen Halbmessers BC,

ψ der Winkel zwischen dem Schaufelelemente B und der Tangente des Kreises LM; übrigens mögen alle früheren Bezeichnungen auch hier beibehalten werden.

Aus (3) §. 32. findet man zunächst die relative Geschwindigkeit des Wassers im Punkte B zu

$$\sqrt{V^2 + \left(\frac{xv}{r}\right)^2 - 2Vv \sin\alpha};$$

ferner ist der Querschnitt sämmtlicher Austrittsöffnungen eben daselbst:

$$2\pi\, x\, e \sin\psi,$$

daher die pr. Secunde durch diese Oeffnungen fliessende Wassermenge:

$$Q = 2\pi\, x\, e \sin\psi \sqrt{V^2 + \left(\frac{x}{r}v\right)^2 - 2Vv \sin\alpha}.$$

und woraus man für den Tangentenwinkel erhält:

$$(1)\quad \sin\psi = \frac{Q}{2\pi\, x\, e \sqrt{V^2 + \left(\frac{x}{r}v\right) - 2Vv \sin\alpha}}.$$

Für $x = R$ wird aber $\psi = \delta$, demnach

$$\sin\delta = \frac{Q}{2\pi\, Re \sqrt{V^2 + \left(\frac{R}{r}v\right)^2 - 2Vv \sin\alpha}}.$$

Nach (6) §. 32. ist aber:

$$(2)\quad \frac{Rv}{r\cos\delta} = \sqrt{V^2 + \left(\frac{R}{r}v\right)^2 - 2Vv \sin\alpha},$$

folglich, wenn man diesen Werth in die letztere Gleichung einführt, wird

$$\sin\delta = \frac{Qr\cos\delta}{2\pi\, e\, R^2\, v} \text{ und}$$

$$(3)\quad \mathrm{tg}\delta = \frac{Qr}{2\pi\, e\, R^2\, v}.$$

Um jetzt die Gleichung der als eine Spirallinie zu betrachtenden Curve zu finden, sei der Abszissenbogen $= \varphi$ für den Halbmesser $= 1$, ferner lasse man φ um ein unendlich kleines Stück $\delta\varphi$ wachsen und ziehe durch B Fig. 5. Tafel VI. den zu den Radumfängen concentrischen Kreisbogen BD, so dass die Figur BED entsteht, welche als sehr klein, für ein rechtwinkliches Dreieck genommen werden darf. Von diesem Dreiecke ist aber $BD = x\delta\varphi$, $ED = \delta x$, daher

$$BE = \sqrt{x^2\, \delta\varphi^2 + \delta x^2}.$$

Ferner ist auch

$$\sin \psi = \frac{ED}{EB},$$

wofür aber folgt:

$$\sin \psi = \frac{\delta x}{\sqrt{x^2 \ \delta \varphi^2 + \delta x^2}}$$

und wenn man endlich diesen Werth mit (1) vergleicht, erhält man

$$\frac{Q}{2\pi \ xe \sqrt{V^2 + \left(\frac{x}{r} v\right)^2 - 2Vv \sin \alpha}} = \frac{\delta x}{\sqrt{x^2 \ \delta \varphi^2 + \delta x^2}} \text{ oder}$$

$$\frac{Q^2}{4\pi^2 \ x^2 \ e^2 \left\{V^2 + \left(\frac{x}{r} v\right)^2 - 2Vv \sin \alpha\right\}} = \frac{\delta x^2}{x^2 \ \delta \varphi^2 + \delta x^2} \text{ und hieraus}$$

$$Q^2 x^2 \ \delta \varphi^2 + Q^2 \delta x^2 = 4\pi^2 \ x^2 \ e^2 \ \delta x^2 \left\{V^2 + \left(\frac{x}{r} v\right)^2 - 2Vv \sin \alpha\right\};$$

$$\delta \varphi^2 + \frac{\delta x^2}{x^2} = \frac{4\pi^2 \ e^2 \ \delta x^2}{Q^2} \left\{V^2 + \left(\frac{x}{r} v\right)^2 - 2Vv \sin \alpha\right\};$$

$$\delta \varphi = \delta x \sqrt{\frac{4\pi^2 \ e^2}{Q^2} \left\{V^2 + \left(\frac{x}{r} v\right)^2 - 2Vv \sin \alpha\right\} - \frac{1}{x^2}};$$

Um diesen Ausdruck einigermaassen zu vereinfachen, bemerke man, dass aus (2) folgt:

$$V^2 - 2Vv \sin \alpha = \frac{R^2 v^2}{r^2} (\sec . \delta^2 - 1) = \left(\frac{Rv}{r} \operatorname{tg} \delta\right)^2, \text{ sonach}$$

$$\delta \varphi = \delta x \sqrt{\frac{4\pi^2 \ e^2}{Q^2} \left\{\left(\frac{Rv}{r} \operatorname{tg} \delta\right)^2 + \left(\frac{x}{r} v\right)^2\right\} - \frac{1}{x^2}};$$

eben so folgt aus (3)

$$\frac{4\pi^2 \ e^2 \ v^2 \ R^2 \ \operatorname{tg} \delta^2}{r^2 \ Q^2} = \frac{1}{R^2} \text{ und demnach}$$

$$\delta \varphi = \delta x \sqrt{\frac{4\pi^2 \ e^2 \ v^2}{r^2 \ Q^2} . x^2 + \left(\frac{1}{R^2} - \frac{1}{x^2}\right)}$$

Um diesen Ausdruck integrirbar zu machen, setze man

$$\sqrt{\frac{4\pi^2 \ e^2 \ v^2}{r^2 \ Q^2} . x^2 + \left(\frac{1}{R^2} - \frac{1}{x^2}\right)} = \left(\frac{4\pi^2 \ e^2 \ v^2}{r^2 \ Q^2} \ x^2 + \frac{1}{R^2} - \frac{1}{x^2}\right)^{\frac{1}{2}} \text{ oder}$$

$$= \sqrt{\frac{4\pi^2 \ e^2 \ v^2}{r^2 \ Q^2} . x^2} \left\{1 + \frac{Q^2 \ r^2}{4\pi^2 \ e^2 \ v^2 \ x^2} \left(\frac{1}{R^2} - \frac{1}{x^2}\right)\right\}^{\frac{1}{2}};$$

hieraus erhält man aber nach dem binomischen Lehrsatze, wenn man von der Reihe nur die ersten Glieder berücksichtigt:

$$\delta\varphi = \frac{2\pi\, ev}{rQ} \cdot x \left\{1 + \frac{Q^2\, r^2}{8\pi^2\, e^2\, v^2\, x_2}\left(\frac{1}{R^2} - \frac{1}{x^2}\right)\right\} \delta x$$

und wenn man endlich von diesem Ausdrucke das Integral zwischen den Grenzen r und x nimmt:

$$\varphi = \int_r^x \frac{2\pi ev}{rQ} x \left\{1 + \frac{Q^2\, r^2}{8\pi^2\, e^2\, v^2\, x^2}\left(\frac{1}{R^2} - \frac{1}{x^2}\right)\right\} \delta x;$$

$$\varphi = \frac{2\pi ev}{rQ}\int_r^x x\delta x + \frac{Qr}{4\pi ev}\int_r^x \left(\frac{1}{R^2}\cdot\frac{\delta x}{x} - \frac{\delta x}{x^3}\right);$$

$$\varphi = \frac{\pi ev}{Qr}\,(x^2 - r^2) + \frac{Qr}{4\pi ev}\left\{\frac{1}{R^2}\log.\text{nat.}\frac{x}{r} + \tfrac{1}{2}\left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{r^2}\right)\right\};$$

$$\text{I. } \varphi = \frac{\pi ev}{Qr}\,(x^2 - r^2) + \frac{Qr}{4\pi ev}\left\{\frac{1}{R^2}\log.\text{nat.}\frac{x}{r} - \left(\frac{x^2 - r^2}{2r^2x^2}\right)\right\}.$$

Noch aber ist der Widerstand in Rechnung zu bringen, der in den Radzellen auftritt und weshalb denn wie folgt verfahren werden mag.

Nach d'Aubissons Hydraulique §. 152. ist der Widerstand, welchen das Wasser in Röhrenleitungen erfährt, durch die Formel auszudrücken:

$$H - \frac{v_1^2}{2g} = 0{,}0003425\,\frac{CL}{S}\,(v_1^2 + 0{,}055\, v_1)$$

in welcher H die gesammte Druckhöhe bezeichnet, v_1 die Geschwindigkeit mit welcher sich das Wasser in der Leitung bewegt, L die Länge der letzteren, S den Querschnitt der Röhre und C deren Umfang oder das Wasserprofil.

Bezeichnet man ferner die der Höhe H entsprechende Geschwindigkeit mit U_1 und bemerkt, dass das Glied $0{,}055 \,.\, v$ ohne besondern Fehler zu vernachlässigen sein wird, so erhält man

$$\frac{U_1^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} = 0{,}0003425\,\frac{CL}{S}\cdot v_1^2 \text{ und}$$

$$U_1^2 = v_1^2\left(1 + 0{,}000685\,\frac{CL}{S}\cdot g\right) \text{ oder weil } g = 9,\ 81 \text{ ist}$$

$$U_1^2 = v_1^2\left(1 + 0{,}00672\,\frac{C \cdot L}{S}\right).$$

Setzt man jetzt den mittlern Querschnitt der Radzellen = a, das Wasserprofil desselben = q und die vorläufig bestimmte Länge einer der Schaufeln = l, so wird

$$U_1^2 = v_1^2\left(1 + 0{,}00672\,\frac{ql}{a}\right)$$

Wurde daher am Anfange dieses §. gesetzt

$$v_1^2 = \left\{\left(V^2 + \left(\frac{xv}{r}\right)^2 - 2Vv\sin\alpha\right)\right\}$$

so wird man jetzt setzen müssen:

$$V^2\left(1 + 0{,}00672\quad\right) = V^2 + \left(\frac{xv}{r}\right)^2 - 2Vv\sin.\alpha \text{ oder}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{V^2 + \left(\frac{xv}{r}\right)^2 - 2Vv \sin\alpha}{1 + 0{,}00672\,\frac{ql}{a}}}$$ und wenn man m für

$0{,}00672\frac{ql}{a}$ einführt, folgt:

$$v_1 = \sqrt{\frac{V^2 + \left(\frac{xv}{r}\right)^2 - 2Vv \sin\alpha.}{1 + m}}$$

Für letzteren Werth kann man aber auch schreiben:

$$v_1 = \sqrt{\frac{(1-m)\left(V^2 + \frac{v^2x^2}{r^2} - 2\,Vv \sin\alpha\right)}{1-m^2.}}$$

In jedem Falle ist jedoch m ein kleiner Bruch, so dass 1 für $1 - m^2$ genommen werden darf, also

$$v_1 = \sqrt{(1-m)\left(V^2 + \frac{v^2x^2}{r^2} - 2Vv \sin\alpha\right)}$$

und weil endlich $\sqrt{1 - m} = 1 - \frac{m}{2}$ anzunehmen ist,

$$v_1 = \left(1 - \frac{m}{2}\right)\sqrt{V^2 + \left(\frac{vx}{r}\right)^2 - 2V.\sin\alpha.}$$

Führt man aber diesen Werth in die vorstehenden Entwicklungen ein, so bleibt

$$tg\delta = \frac{Qr}{2\pi eR^2v},$$

dagegen darf für die Art der Berechnung als genau genug gesetzt werden:

$$\varphi = \left(1 - \frac{m}{2}\right)\left[\frac{\pi ev}{Qr}(x^2 - r^2) + \frac{Qr}{4\pi ev}\left\{\frac{1}{R^2}\,\text{Lgnt}\frac{x}{r} - \frac{1}{2}\left(\frac{x^2-r^2}{x^2r^2}\right)\right\}\right]$$

oder wenn man für m den früheren Werth schreibt:

$$\varphi = \left(1 - 0{,}00336\,\frac{ql}{a}\right)\left[\frac{\pi ev}{Qr}(x^2 - r^2) + \frac{Qr}{4\pi ev}\left\{\frac{1}{R^2}\,\text{Lgnt}\frac{x}{r} - \left(\frac{x^2-r^2}{2x^2r^2}\right)\right\}\right]$$

und in Gradmaass ausgedrückt:

$$\varphi^0 = \frac{180}{\pi}\left(1 - 0{,}00336\,\frac{ql}{a}\right)\left[\frac{\pi ev}{Qr}(x^2 - r^2) + \frac{Qr}{4\pi ev}\left\{\frac{1}{R^2}\,\text{Lgnt}\,\frac{x}{r} - \left(\frac{x^2-r^2}{2x^2r^2}\right)\right\}\right].$$

Vorstehende Curvengleichung hat Herr Professor Weissbach in Freiberg aufgefunden, auch über dieselbe bereits im polytechnischen Centralblatte Jahrgang 1839. Nr. 18. einiges veröffentlicht.

35. DIE ÜBRIGEN VERHÄLTNISSE UND DIMENSIONEN DER TURBINEN.

1) Der innere Radhalbmesser.

Wird derselbe wie bisher $= r$ gesetzt und alle übrigen Bezeichnungen gleichfalls beibehalten, so erhält man für den Querschnitt der ringförmigen Schützenöffnung $= a$, den Ausdruck:

$$a = 2r\pi \cos \alpha \,.\, e^{*})$$

und mit Hilfe desselben die pr. Sec. durchfliessende Wassermenge:

$$Q = aV;$$

$$(1) \quad Q = 2r\pi \cos \alpha \,.\, eV.$$

Bezeichnet man die Zahl, um welche die Summe der sämmtlichen Oberflächen im Leitcurvenapparate grösser ist, als die Summe aller Austritttsöffnungen eben daselbst, mit n, so wird:

$$2r\pi \,.\, \cos \alpha \,.\, e \,.\, n = r^2\pi, \text{ d. g.}$$

$$2 \cos \alpha \, en = r \text{ und}$$

$$e = \frac{r}{2n \cos \alpha.}$$

Setzt man diesen Werth in (1) so ergiebt sich

$$Q = \frac{r^2\pi V}{n} \text{ und hieraus}$$

$$\text{I. } r = \sqrt{\frac{n\,Q}{\pi\,V.}}$$

2) Der äussere Radhalbmesser.

Aus (3) §. 34. folgt:

$$R^2 = \frac{Qr}{2\pi e v \operatorname{tg}\delta}, \text{ und aus (1) dieses §.}$$

$$\frac{Qr}{2\pi e} = r^2 V \cos. \alpha$$

daher man diese beiden Gleichungen verbindet:

$$R^2 = \frac{r^2 V \cos \alpha}{v \operatorname{tg}\delta} \text{ und}$$

$$\text{II. } R = r\sqrt{\frac{V\cos.\alpha}{v\operatorname{tg}\delta}}$$

3) Geschwindigkeit des innern Radkranzes.

Nach Poncelets angeführter Arbeit ist

$$v = 0{,}7 \sqrt{2gH}$$

zu nehmen, was jedoch, wie derselbe selbst zugiebt, etwas zu gross ist; jedenfalls ist aber auch Fourneyrons zuerst angegebener Werth $v = \frac{1}{2}V$ zu klein, was namentlich aus Morin's oben citirten Versuchen erhellt. Es wurde daher als ein Erfahrungsresultat angenommen:

---

*) Carliczeck setzt S. 80. der früher angeführten Verhandlungen $a = 2r\pi e$, was offenbar ganz falsch ist, da hier nur von der Projection der Fläche die Rede sein kann.

$$\text{III.}\quad v = 0{,}6\,\sqrt{2gH}.$$

4) Umdrehungszahl.

Die Zahl der Umgänge einer Turbine pr. Minute = N gesetzt, giebt die Geschwindigkeit des innern Radumfanges zu:

$$v = \frac{2r\pi N}{60};$$

$$v = \frac{r\pi N}{30} \text{ und hieraus}$$

$$\text{IV.}\quad N = \frac{30v}{r\pi}$$

5) Höhe des Schützenzuges.

In (8) §. 32. wurde gefunden:

$$\sin\alpha = \frac{V^2 - \left(\frac{Rv}{r}\right)^2 \operatorname{tg}\delta^2}{2Vv};$$

Aus II. dieses §. ergiebt sich:

$$\left(\frac{Rv}{r}\right)^2 = \frac{Vv\cos\alpha}{\operatorname{tg}\delta}, \text{ daher}$$

$$\sin\alpha = \frac{V^2 - Vv\cos\alpha\operatorname{tg}\delta}{2Vv};$$

$$\sin\alpha = \frac{V}{2v} - \tfrac{1}{2}\cos\alpha\operatorname{tg}\delta;$$

Es war aber auch

$$v = \frac{r\pi N}{30}, \text{ daher}$$

$$\sin\alpha = \frac{15V}{r\pi N} - \tfrac{1}{2}\cos.\ \alpha\operatorname{tg}\delta.$$

Nach (1) ist ferner:

$$r = \frac{Q}{2\pi e\cos\alpha V},$$

demnach, wenn dieser Werth in den letztern Ausdruck für $\sin\alpha$ eingeführt wird:

$$\sin\alpha = \frac{30e\cos\alpha V^2}{N.Q} - \tfrac{1}{2}\cos\alpha\operatorname{tg}\delta;$$

hieraus:

$$(\operatorname{tg}\alpha + \tfrac{1}{2}\operatorname{tg}\delta) = \frac{30eV^2}{NQ} \text{ und endlich}$$

$$\text{V.}\quad e = \frac{NQ}{30V^2}(\operatorname{tg}\alpha + \tfrac{1}{2}\operatorname{tg}\delta).$$

Anmerkung. Was die Formeln für die Bestimmung der Wassermenge betrifft, so bedürfen diese wohl keiner grossen Nachweisung. Nach den Versuchen von Poncelet, Lesbros und Castel ist nämlich bei Ueberfällen im Mittel zu setzen: $Q = 0{,}405 . LH\sqrt{2gH}$, wofür man auch schreiben kann

$$Q = 1{,}8 . LH\sqrt{H}.$$

Was die Formeln anlangt, mit welchem die Wassermenge für den Fall berechnet wird, dass eine bestimmte Kraft der Turbine und ein eben solcher Nutzeffekt vorgeschrieben ist, so wird nur nöthig sein anzugeben, dass die Kraft eines Maschinenpferdes zu 75 Meter-Kilogrammen und das Gewicht eines Kubikmeters Wasser zu 1000 Kilogrammen gerechnet wurde.

Tafel I.

Tafel, welche die Contractionscoefficienten = m für verschiedene Druckhöhen und Schützenöffnungen enthält, erstere unmittelbar über der Ausflussöffnung gemessen.

Druckhöhe.	**Coefficienten** für die Höhe der Schützenöffnung von:					
	0,m20	0,m10	0,m05	0,m03	0,m02	0,m01
m 0,000	0,619	0,667	0,713	0,766	0,783	0,795
0,005	0,597	0,630	0,668	0,725	0,750	0,778
0,010	0,595	0,618	0,642	0,687	0,720	0,762
0,015	0,594	0,615	0,639	0,674	0,707	0,745
0,020	9.594	0.614	0.638	0,668	0,697	0,729
0,030	0,593	0,613	0,637	0,659	0,685	0,708
0.040	0,593	0,612	0,636	0,654	0,678	0,695
0.050	0,593	0,612	0,636	0,651	0,672	0,686
0,060	0,594	0,613	0,635	0,647	0,668	0,681
0,070	0,594	0,613	0,635	0,645	0,665	0,677
0,080	0,594	0,613	0,635	0,643	0,662	0,675
0,090	0,595	0,614	0,634	0,641	0,659	0,672
0,100	0,595	0,614	0,634	0,640	0,657	0,669
0,120	0,596	0,614	0,633	0,637	0,655	0,665
0,140	0,597	0,614	0,632	0,636	0,653	0,661
0,160	0,597	0,615	0,631	0,635	0,651	0,659
0,180	0,598	0,615	0,631	0,634	0,650	0,657
0,200	0,599	0,615	0,630	0,633	0,649	0,656
0,250	0,600	0,616	0,630	0,632	0,646	0,653
0,300	0,601	0,616	0,629	0,632	0,644	0,651
0,400	0.602	0,617	0,629	0,631	0,642	0,647
0,500	0,603	0,617	0,628	0,630	0,640	0,645
0,600	0,604	0,617	0,627	0,630	0,638	0,643
0,700	0,604	0,616	0,627	0,629	0,637	0,640
0,800	0.605	0,616	0,627	0,629	0.636	0,637
0,900	0,605	0,615	0,626	0,628	0,634	0,635
1,000	0,605	0,615	0,626	0,628	0,633	0,632
1.100	0,604	0,614	0,625	0,627	0,631	0,629
1,200	0,604	0,614	0,624	0,626	0,628	0,626
1,300	0.603	0,613	0,622	0,624	0,625	0,622
1,400	0,603	0,612	0,621	0,622	0,622	0,618
1,500	0,602	0,611	0.620	0,620	0,619	0,615
1,600	0,602	0,611	0,618	0,618	0,617	0,613
1,700	0,602	0,610	0.617	0,616	0,615	0,612
1,800	0,601	0,609	0,615	0,615	0,614	0,612
1,900	0,601	0,608	0,614	0,613	0,613	0,611
2,000	0,601	0,607	0,614	0,612	0,612	0,611
3.000	0,601	0,603	0,606	0,608	0,610	0,609

Anmerk. Für alle Druckhöhen, welche 3 Meter überschreiten, sind die Coefficienten von 3 Meter zu nehmen.

Tafel II.

enthaltend die Sinuse, Cosinuse, Tangenten und Cotangenten von 10 zu 10 Minuten für alle Grade des Quadranten.

Anmerkung. Für Winkel unter 45 Grad sucht man die entsprechende Bezeichnung auf der obern Horizontale und zählt Grade und Minuten links abwärts, für Winkel über 45 Grad verfährt man gerade umgekehrt.

Grade.	Minuten.	Sinus.	Cosinus.	Tangente.	Cotangente.	Minuten.	Grade.
0	0	0.000000	1.000000	0.000000	infinit	0	
	10	0.002909	0.999996	0.002909	343.77371	50	
	20	0.005818	0.999983	0.005818	171.88540	40	
	30	0.008727	0.999962	0.008727	114.58865	30	
	40	0.011635	0.999932	0.011636	85.939791	20	
	50	0.014544	0.999894	0.014545	68.750087	10	
1	0	0.017452	0.999848	0.017455	57.289962	0	89
	10	0.020361	0.999793	0.020365	49.103881	50	
	20	0.023270	0.999729	0.023275	42.964077	40	
	30	0.026177	0.999657	0.026186	38.188459	30	
	40	0.029085	0.999577	0.029097	34.367771	20	
	50	0.031992	0.999488	0.032009	31.241577	10	
2	0	0.034900	0.999391	0.034921	28.636253	0	88
	10	0.037807	0.999285	0.037834	26.431600	50	
	20	0.040713	0.999171	0.040747	24.541758	40	
	30	0.043620	0.999048	0.043661	22.903766	30	
	40	0.046525	0.998917	0.046576	21.470401	20	
	50	0.049431	0.998778	0.049491	20.205553	10	
3	0	0.052336	0.998630	0.052408	19.081137	0	87
	10	0.055241	0.998473	0.055325	18.074977	50	
	20	0.058145	0.998308	0.058243	17.169337	40	
	30	0.061049	0.998135	0.061163	16.349855	30	
	40	0.063952	0.997953	0.064083	15.604784	20	
	50	0.066854	0.997763	0.067004	14.924417	10	
4	0	0.069757	0.997564	0.069927	14.300666	0	86
	10	0.072658	0.997357	0.072851	13.726738	50	
	20	0.075559	0.997141	0.075776	13.196883	40	
	30	0.078460	0.996917	0.078702	12.706205	30	
	40	0.081359	0.996685	0.081630	12.250505	20	
	50	0.084258	0.996444	0.084558	11.826167	10	
Grade.	Minuten.	Cosinus.	Sinus.	Cotangente.	Tangente.	Minuten.	Grade.

Grade.	Minuten.	Sinus.	Cosinus.	Tangente.	Cotangente.	Minuten.	Grade.
5	0	0.087156	0.996195	0.087489	11.430052	0	85
	10	0.090053	0.995937	0.090421	11.059431	50	
	20	0.092950	0.995671	0.093354	10.711913	40	
	30	0.095846	0.995396	0.096290	10.385397	30	
	40	0.098741	0.995113	0.099226	10.078031	20	
	50	0.101635	0.994822	0.102164	9.788173	10	
6	0	0.104529	0.994522	0.105104	9.514365	0	84
	10	0.107421	0.994214	0.108046	9.255304	50	
	20	0.110313	0.993897	0.110990	9.009826	40	
	30	0.113203	0.993572	0.113936	8.776887	30	
	40	0.116093	0.993238	0.116883	8.555547	20	
	50	0.118982	0.992897	0.119833	8.344956	10	
7	0	0.121870	0.992546	0.122785	8.144346	0	83
	10	0.124756	0.992187	0.125738	7.953022	50	
	20	0.127642	0.991820	0.128694	7.770351	40	
	30	0.130526	0.991445	0.131653	7.595754	30	
	40	0.133410	0.991061	0.134613	7.428706	20	
	50	0.136292	0.990669	0.137576	7.268726	10	
8	0	0.139173	0.990268	0.140541	7.115370	0	82
	10	0.142053	0.989860	0.143508	6.968234	50	
	20	0.144932	0.989442	0.146478	6.826944	40	
	30	0.147810	0.989016	0.149451	6.691156	30	
	40	0.150686	0.988582	0.152426	6.560554	20	
	50	0.153561	0.988140	0.155404	6.434843	10	
9	0	0.156435	0.987688	0.158384	6.313752	0	81
	10	0.159307	0.987230	0.161368	6.197028	50	
	20	0.162178	0.986762	0.164354	6.084438	40	
	30	0.165048	0.986286	0.167343	5.975764	30	
	40	0.167916	0.985801	0.170334	5.870804	20	
	50	0.170783	0.985309	0.173330	5.769369	10	
Grade.	Minuten.	Cosinus.	Sinus.	Cotangente.	Tangente.	Minuten.	Grade.

Grade.	Minuten.	Sinus.	Cosinus.	Tangente.	Cotangente.	Minuten.	Grade.
10	0	0.173648	0.984808	0.176327	5.671282	0	80
	10	0.176512	0.984299	0.179328	5.576379	50	
	20	0.179375	0.983781	0.182332	5.484505	40	
	30	0.182236	0.983255	0.185340	5.395517	30	
	40	0.185095	0.982721	0.188350	5.309280	20	
	50	0.187953	0.982178	0.191363	5.225665	10	
11	0	0.190810	0.981627	0.194380	5.144554	0	79
	10	0.193664	0.981068	0.197401	5.065835	50	
	20	0.196517	0.980501	0.200425	4.989403	40	
	30	0.199368	0.979925	0.203452	4.915157	30	
	40	0.202218	0.979341	0.206483	4.843005	20	
	50	0.205066	0.978748	0.209518	4.772857	10	
12	0	0.207912	0.978148	0.212557	4.704630	0	78
	10	0.210756	0.977539	0.215599	4.638246	50	
	20	0.213599	0.976922	0.218645	4.573629	40	
	30	0.216440	0.976296	0.221695	4.510709	30	
	40	0.219279	0.975662	0.224749	4.449418	20	
	50	0.222116	0.975020	0.227806	4.389694	10	
13	0	0.224951	0.974370	0.230868	4.331476	0	77
	10	0.227784	0.973712	0.233934	4.274707	50	
	20	0.230616	0.973045	0.237004	4.219332	40	
	30	0.233445	0.972370	0.240079	4.165300	30	
	40	0.236273	0.971687	0.243158	4.112561	20	
	50	0.239098	0.970995	0.246241	4.061070	10	
14	0	0.241922	0.970296	0.249328	4.010781	0	76
	10	0.244743	0.969588	0.252420	3.961652	50	
	20	0.247563	0.968872	0.255517	3.913642	40	
	30	0.250380	0.968148	0.258618	3.866713	30	
	40	0.253195	0.967415	0.261723	3.820828	20	
	50	0.256008	0.966675	0.264834	3.775952	10	
Grade.	Minuten.	Cosinus.	Sinus.	Cotangente.	Tangente.	Minuten.	Grade.

Grade.	Minuten.	Sinus.	Cosinus.	Tangente.	Contangente.	Minuten.	Grade.
15	0	0.258819	0.965926	0.267949	3.732051	0	75
	10	0.261628	0.965169	0.271069	3.689093	50	
	20	0.264434	0.964404	0.274195	3.647047	40	
	30	0.267238	0.963631	0.277325	3.605884	30	
	40	0.270040	0.962849	0.280460	3.565575	20	
	50	0.272840	0.962059	0.283600	3.526094	10	
16	0	0.275637	0.961262	0.286745	3.487414	0	74
	10	0.278432	0.960456	0.289896	3.449512	50	
	20	0.281225	0.959642	0.293052	3.412363	40	
	30	0.284015	0.958820	0.296214	3.375943	30	
	40	0.286803	0.957990	0.299380	3.340233	20	
	50	0.289589	0.957151	0.302553	3.305209	10	
17	0	0.292372	0.956305	0.305731	3.270853	0	73
	10	0.295152	0.955450	0.308914	3.237144	50	
	20	0.297930	0.954588	0.312104	3.204064	40	
	30	0.300706	0.953717	0.315299	3.171595	30	
	40	0.303479	0.952838	0.318500	3.139719	20	
	50	0.306249	0.951951	0.321707	3.108421	10	
18	0	0.309017	0.951057	0.324920	3.077684	0	72
	10	0.311782	0.950154	0.328139	3.047492	50	
	20	0.314545	0.949243	0.331364	3.017830	40	
	30	0.317305	0.948324	0.334595	2.988685	30	
	40	0.320062	0.947397	0.337833	2.960042	20	
	50	0.322816	0.946462	0.341077	2.931889	10	
19	0	0.325568	0.945519	0.344328	2.904211	0	71
	10	0.328317	0.944568	0.347585	2.876997	50	
	20	0.331063	0.943609	0.350848	2.850235	40	
	30	0.333807	0.942642	0.354119	2.823913	30	
	40	0.336548	0.941667	0.357396	2.798020	20	
	50	0.339285	0.940684	0.360680	2.772545	10	
Grade.	Minuten.	Cosinus.	Sinus.	Cotangente.	Tangente.	Minuten.	Grade.

Grade.	Minuten.	Sinus.	Cosinus.	Tangente.	Cotangente.	Minuten.	Grade.
20	0	0.342020	0.939693	0.363970	2.747477	0	70
	10	0.344752	0.938694	0.367268	2.722808	50	
	20	0.347481	0.937687	0.370573	2.698525	40	
	30	0.350207	0.936672	0.373885	2.674622	30	
	40	0.352931	0.935650	0.377204	2.651087	20	
	50	0.355651	0.934619	0.380530	2.627912	10	
21	0	0.358368	0.933580	0.383864	2.605089	0	69
	10	0.361082	0.932534	0.387205	2.582609	50	
	20	0.363793	0.931480	0.390554	2.560465	40	
	30	0.366501	0.930418	0.393911	2.538648	30	
	40	0.369206	0.929348	0.397275	2.517151	20	
	50	0.371908	0.928270	0.400647	2.495966	10	
22	0	0.374607	0.927184	0.404026	2.475087	0	68
	10	0.377302	0.926090	0.407414	2.454506	50	
	20	0.379994	0.924989	0.410810	2.434217	40	
	30	0.382683	0.923880	0.414214	2.414214	30	
	40	0.385369	0.922762	0.417626	2.394489	20	
	50	0.388052	0.921638	0.421046	2.375037	10	
23	0	0.390731	0.920505	0.424475	2.355852	0	67
	10	0.393407	0.919364	0.427912	2.336929	50	
	20	0.396080	0.918216	0.431358	2.318261	40	
	30	0.398749	0.917060	0.434812	2.299843	30	
	40	0.401415	0.915896	0.438276	2.281669	20	
	50	0.404078	0.914725	0.441748	2.263736	10	
24	0	0.406737	0.913546	0.445229	2.246037	0	66
	10	0.409392	0.912358	0.448719	2.228568	50	
	20	0.412045	0.911164	0.452218	2.211323	40	
	30	0.414693	0.909961	0.455726	2.194300	30	
	40	0.417339	0.908751	0.459244	2.177492	20	
	50	0.419980	0.907533	0.462771	2.160896	10	
Grade.	Minuten.	Cosinus.	Sinus.	Cotangente.	Tangente.	Minuten.	Grade.

Grade.	Minuten.	Sinus.	Cosinus.	Tangente.	Cotangente.	Minuten.	Grade.
25	0	0.422618	0.906308	0.466308	2.144507	0	65
	10	0.425253	0.905075	0.469854	2.128321	50	
	20	0.427884	0.903834	0.473410	2.112335	40	
	30	0.430511	0.902585	0.476976	2.096544	30	
	40	0.433135	0.901329	0.480551	2.080944	20	
	50	0.435755	0.900065	0.484137	2.065532	10	
26	0	0.438371	0.898794	0.487733	2.050304	0	64
	10	0.440984	0.897515	0.491339	2.035257	50	
	20	0.443593	0.896229	0.494955	2.020386	40	
	30	0.446198	0.894934	0.498582	2.005690	30	
	40	0.448799	0.893633	0.502219	1.991164	20	
	50	0.451397	0.892323	0.505867	1.976805	10	
27	0	0.453991	0.891007	0.509525	1.962611	0	63
	10	0.456580	0.889682	0.513195	1.948577	50	
	20	0.459167	0.888350	0.516876	1.934702	40	
	30	0.461749	0.887011	0.520567	1.920982	30	
	40	0.464327	0.885664	0.524270	1.907415	20	
	50	0.466901	0.884310	0.527984	1.893997	10	
28	0	0.469472	0.882948	0.531709	1.880727	0	62
	10	0.472038	0.881578	0.535447	1.867600	50	
	20	0.474600	0.880201	0.539195	1.854616	40	
	30	0.477159	0.878817	0.542956	1.841771	30	
	40	0.479713	0.877425	0.546728	1.829063	20	
	50	0.482263	0.876026	0.550513	1.816489	10	
29	0	0.484810	0.874620	0.554310	1.804048	0	61
	10	0.487352	0.873206	0.558118	1.791736	50	
	20	0.489890	0.871784	0.561939	1.779552	40	
	30	0.492424	0.870356	0.565773	1.767494	30	
	40	0.494953	0.868920	0.569619	1.755559	20	
	50	0.497479	0.867476	0.573478	1.743745	10	
Grade.	Minuten.	Cosinus.	Sinus.	Cotangente.	Tangente.	Minuten.	Grade.

Grade.	Minuten.	Sinus.	Cosinus.	Tangente.	Cotangente.	Minuten.	Grade.
30	0	0.500000	0.866025	0.577350	1.732051	0	60
	10	0.502517	0.864567	0.581235	1.720474	50	
	20	0.505030	0.863102	0.585134	1.709012	40	
	30	0.507538	0.861629	0.589045	1.697663	30	
	40	0.510043	0.860149	0.592970	1.686426	20	
	50	0.512543	0.858662	0.596908	1.675299	10	
31	0	0.515038	0.857167	0.600861	1.664280	0	59
	10	0.517529	0.855666	0.604827	1.653366	50	
	20	0.520016	0.854156	0.608807	1.642558	40	
	30	0.522499	0.852640	0.612801	1.631852	30	
	40	0.524977	0.851117	0.616810	1.621247	20	
	50	0.427450	0.849586	0.620832	1.610742	10	
32	0	0.529919	0.848048	0.624869	1.600335	0	58
	10	0.532384	0.846503	0.628921	1.590024	50	
	20	0.534844	0.844951	0.632988	1.579808	40	
	30	0.537300	0.843391	0.637070	1.569686	30	
	40	0.539751	0.841825	0.641167	1.559655	20	
	50	0.542197	0.840251	0.645280	1.549716	10	
33	0	0.544639	0.838671	0.649408	1.539865	0	57
	10	0.547076	0.837083	0.653551	1.530102	50	
	20	0.549509	0.835488	0.657710	1.420426	40	
	30	0.551937	0.833886	0.661886	1.510835	30	
	40	0.554360	0.832277	0.666077	1.501328	20	
	50	0.556779	0.830661	0.670285	1.491904	10	
34	0	0.559193	0.829038	0.674509	1.482561	0	56
	10	0.561602	0.827407	0.678749	1.473298	50	
	20	0.564007	0.825770	0.683007	1.464115	40	
	30	0.566406	0.824126	0.687281	1.455009	30	
	40	0.568801	0.822475	0.691573	1.445980	20	
	50	0.471191	0.820817	0.695881	1.437027	10	
Grade.	Minuten.	Cosinus.	Sinus.	Cotangente.	Tangente.	Minuten.	Grade.

Grade.	Minuten.	Sinus.	Cosinus.	Tangente.	Cotangente.	Minuten.	Grade.
35	0	0.573576	0.819152	0.700208	1.412848	0	55
	10	0.575957	0.817480	0.704552	1.419343	50	
	20	0.578332	0.815801	0.708913	1.410610	40	
	30	0.580703	0.814116	0.713293	1.401948	30	
	40	0.583069	0.812423	0.717691	1.393357	20	
	50	0.585429	0.810723	0.722108	1.384835	10	
36	0	0.587785	0.809017	0.726543	1.376382	0	54
	10	0.590136	0.807304	0.730996	1.367996	50	
	20	0.592482	0.805584	0.735469	1.359676	40	
	30	0.594823	0.803857	0.739961	1.351422	30	
	40	0.597159	0.802123	0.744472	1.343233	20	
	50	0.599489	0.800383	0.749003	1.335108	10	
37	0	0.601815	0.798636	0.753554	1.327045	0	53
	10	0.604136	0.796882	0.758125	1.319044	50	
	20	0.606451	0.795121	0.762716	1.311105	40	
	30	0.608761	0.793353	0.767327	1.303225	30	
	40	0.611067	0.791580	0.771959	1.295406	20	
	50	0.613367	0.789798	0.776612	1.287645	10	
38	0	0.615662	0.788011	0.781286	1.279942	0	52
	10	0.617951	0.786217	0.785981	1.272296	50	
	20	0.620236	0.784416	0.790698	1.264706	40	
	30	0.622515	0.782608	0.795436	1.257172	30	
	40	0.624789	0.780794	0.800196	1.249693	20	
	50	0.627057	0.778973	0.804979	1.242269	10	
39	0	0.629320	0.777146	0.809784	1.234897	0	51
	10	0.631578	0.775312	0.814612	1.227579	50	
	20	0.633831	0.773472	0.819463	1.220312	40	
	30	0.636078	0.771625	0.824336	1.213097	30	
	40	0.638320	0.769771	0.829234	1.205933	20	
	50	0.640557	0.767911	0.834155	1.198818	10	
Grade.	Minuten.	Cosinus.	Sinus.	Cotangente.	Tangente.	Minuten.	Grade.

Grade.	Minuten.	Sinus.	Cosinus.	Tangente.	Cotangente.	Minuten.	Grade.
40	0	0.642588	0.766044	0.839100	1.191754	0	50
	10	0.645013	0.765171	0.844069	1.184738	50	
	20	0.647233	0.762292	0.849062	1.177770	40	
	30	0.649448	0.760406	0.854081	1.170850	30	
	40	0.651655	0.758514	0.859124	1.163976	20	
	50	0.653861	0.756615	0.864193	1.157150	10	
41	0	0.656059	0.754710	0.869287	1.150368	0	49
	10	0.658252	0.752798	0.874407	1.143633	50	
	20	0.660439	0.750880	0.879553	1.136941	40	
	30	0.662620	0.748956	0.884725	1.130294	30	
	40	0.661796	0.747025	0.889924	1.123691	20	
	50	0.666966	0.745088	0.895151	1.117131	10	
42	0	0.669131	0.743145	0.900404	1.110612	0	48
	10	0.671290	0.741195	0.905685	1.104137	50	
	20	0.673443	0.739240	0.910994	1.097702	40	
	30	0.675590	0.737277	0.916331	1.091309	30	
	40	0.677732	0.735310	0.921697	1.084955	20	
	50	0.699868	0.733335	0.927091	1.078642	10	
43	0	0.681998	0.731354	0.932515	1.072369	0	47
	10	0.684123	0.729367	0.937968	1.066134	50	
	20	0.686242	0.727374	0.943451	1.059938	40	
	30	0.688355	0.725374	0.948965	1.053780	30	
	40	0.690462	0.723369	0.954508	1.047660	20	
	50	0.692563	0.721357	0.960083	1.041577	10	
44	0	0.694658	0.719340	0.965689	1.035530	0	46
	10	0.696748	0.717316	0.971326	1.029520	50	
	20	0.698832	0.715286	0.976996	1.023546	40	
	30	0.700909	0.713250	0.982697	1.017607	30	
	40	0.702981	0.711209	0.988432	1.011704	20	
	50	0.705047	0.709161	0.994199	1.005835	10	
45	0	0.707107	0.707107	1.000000	1.000000	0	45
Grade.	Minuten.	Cosinus.	Sinus.	Cotangente.	Tangente.	Minuten.	Grade.

Tafel III.

Tafel der natürlichen Logarithmen der Zahlen von 1.00 bis 2.21.

Zahl.	Logarithme.	Zahl.	Logarithme.	Zahl.	Logarithme.
1.00	0.000000	1.41	0.343589	1.82	0.598836
1.01	0.009950	1.42	0.350656	1.83	0.604315
1.02	0.019802	1.43	0.357674	1.84	0.609765
1.03	0.029558	1.44	0.364643	1.85	0.615185
1.04	0.039220	1.45	0.371563	1.86	0.620576
1.05	0.048790	1.46	0.378436	1.87	0.625938
1.06	0.058268	1.47	0.385262	1.88	0.631271
1.07	0.067658	1.48	0.392042	1.89	0.636576
1.08	0.076961	1.49	0.398776	1.90	0.641853
1.09	0.086177	1.50	0.405465	1.91	0.647103
1.10	0.095310	1.51	0.412109	1.92	0.652325
1.11	0.104360	1.52	0.418710	1.93	0.657520
1.12	0.113328	1.53	0.425267	1.94	0.662687
1.13	0.122217	1.54	0.431782	1.95	0.667829
1.14	0.131028	1 55	0.438254	1.96	0.672944
1.15	0.139761	1.56	0.444685	1.97	0.678033
1.16	0.148420	1.57	0.451075	1.98	0.683096
1.17	0.157003	1.58	0.457424	1.99	0.688134
1.18	0.165514	1 59	0.463734	2.00	0.693147
1.19	0.173953	1.60	0.470003	2.01	0.698134
1.20	0.182321	1.61	0.476234	2.02	0.703097
1.21	0.190620	1.62	0.482426	2.03	0.708035
1.22	0.198850	1.63	0.488580	2.04	0.712949
1.23	0.207014	1.64	0.494696	2.05	0.717839
1.24	0.215111	1.65	0.500775	2.06	0.722705
1.25	0.223143	1.66	0.506817	2.07	0.727548
1.26	0.231111	1.67	0.512823	2.08	0.732367
1.27	0.239016	1.68	0.518793	2.09	0.737164
1.28	0.246860	1.69	0.524728	2.10	0.741937
1.29	0.254642	1.70	0.530628	2.11	0.746687
1.30	0.262364	1.71	0.536493	2.12	0.751416
1.31	0.270027	1.72	0.542324	2.13	0.756122
1.32	0.277631	1.73	0.548121	2.14	0 760806
1.33	0.28517	1.74	0.553885	2.15	0.765467
1.34	0.292669	1.75	0.559615	2.16	0.770108
1.35	0.300104	1.76	0.565313	2.17	0.774727
1.36	0.307484	1.77	0.570979	2.18	0.779325
1.37	0.314810	1.78	0.576613	2.19	0.783902
1.38	0.322083	1.79	0.582215	2.20	0.788457
1.39	0.329303	1.80	0.587786	2.21	0.792992
1.40	0.336472	1.81	0.593326		

IV. Tafeln zu Maass- und Gewichtsvergleichungen.

I. Längenmaasse.

Sächsischer Fuss.	Englischer Fuss.	Rheinländischer Fuss.	Wiener Fuss.	Pariser Fuss.	Meter.
1.	0.929239	0.902523	0.896101	0.872000	0.283260
1.076150	1.	0.971250	0.964339	0.938403	0.304830
1.108005	1.029601	1.	0.992885	0.966181	0.313854
1.115945	1.036979	1.007166	1.	0.973104	0.316103
1.146789	1.065640	1.035003	1.027639	1.	0.324839
3.530325	3.280514	3.186199	3.163530	3.078444	1.

II. Flächenmaasse.

Sächsischer Quadratfuss.	Englischer Quadratfuss.	Rheinländischer Quadratfuss.	Wiener Quadratfuss.	Pariser Quadratfuss.	Quadrat-Meter.
1.	0.863485	0.814548	0.802997	0.760384	0.080236
1.158099	1.	0.943327	0.929950	0.880600	0.092921
1.227675	1.060078	1.	0.385821	0.933505	0.098504
1.245333	1.075325	1.014383	1.	0.946931	0.099921
1.315125	1.135589	1.071231	1.056042	1.	0.105520
12.463195	10.761772	10.151864	10.007922	9.476817	1.

III. Körperliche Maasse.

Sächsischer Cubikfuss.	Englischer Cubikfuss.	Rheinländischer Cubikfuss.	Wiener Cubikfuss.	Pariser Cubikfuss.	Cubikmeter.
1.	0.802382	0.735148	0.719566	0.663055	0.022728
1.246288	1.	0.916206	0.896787	0.826358	0.028325
1.360270	1.091458	1.	0.978806	0.901935	0.030916
1.389723	1.115090	1.021652	1.	0.921463	0.031585
1.508171	1.210129	1.108727	1.085230	1.	0.034277
43.999128	35.304144	32.345859	31.660361	29.173852	1.

IV. Gewichte.

Engl. Pfund a. d. poids.	Sächsisches Pfund.	Preuss. oder cölln. Pfund.	Pariser Pfund p. d. marc.	Wiener Pfund.	Französ. Kilogramm.
100.	97.0150	96.9612	92.6433	80.9796	45.3494
103.0767	100.	99.9445	95.4937	83.4711	46.7447
103.1339	100.0555	100.	95.5467	83.5175	46.7707
107.9408	104.7189	104.6608	100.	87.4101	48.9506
123.4878	119.8018	119.7353	114.4032	100.	56.0011
220.5096	213.9275	213.7089	204.2873	178.5678	100.

Druck von B. G. Teubner in Dresden.

Druckfehler und Verbesserungen.

Seite 4 Zeile 17 v. o. ist das erste Komma zu streichen.
- 10 - 7 v. u. setze man Cylinder *G* statt Cylinder *A*.
- 11 muss es in der Anmerkung heissen: Beutelvorrichtungen etc. bewegt wurden.
- 12 Zeile 14 v. u. lese man rechtwinklich statt reehtwinklich.
- 13 muss es in der Anmerkung heissen: Quadratmetern und Cubikmetern, statt Quadratmeter und Cubikmeter.
- 17 Zeile 15 v. o. ist v statt V zu setzen.
- 37 - 1 v. u. schreibe man im linken Theile der Gleichung v_1^2 für V^2.

Horizontale Wasserräder älterer Construction

Fig. 1a

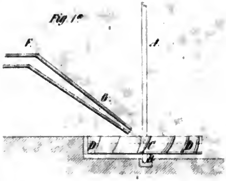


Fig. 2a

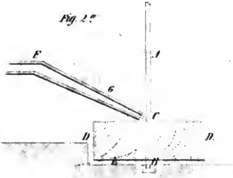


Fig. 1b

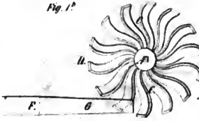


Fig. 2b

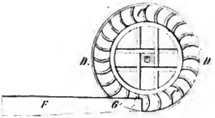


Fig. 3a

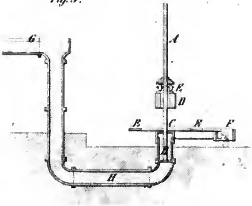


Fig. 4a

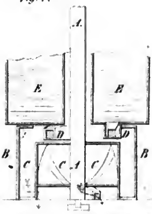


Fig. 3b

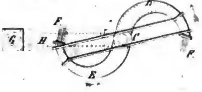
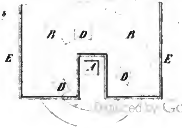
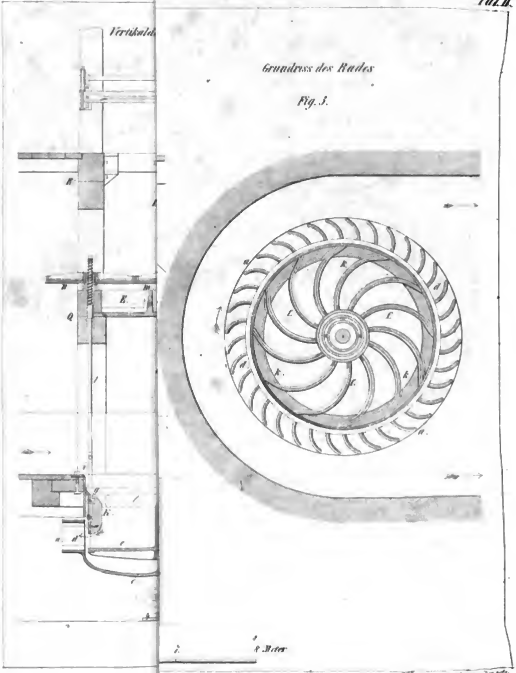


Fig. 4b



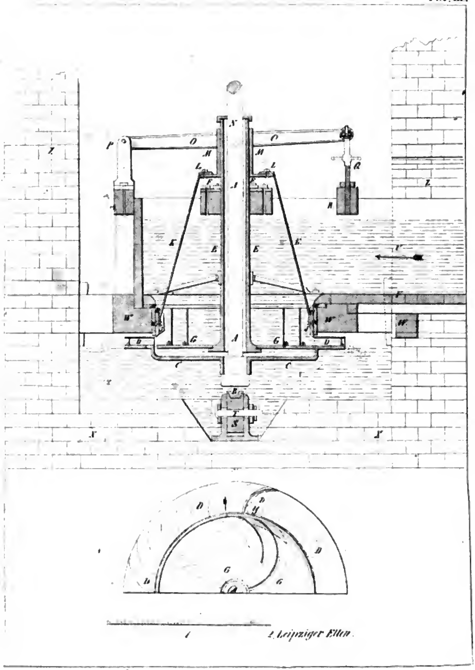
Grundriss des Rades

Fig. 3.



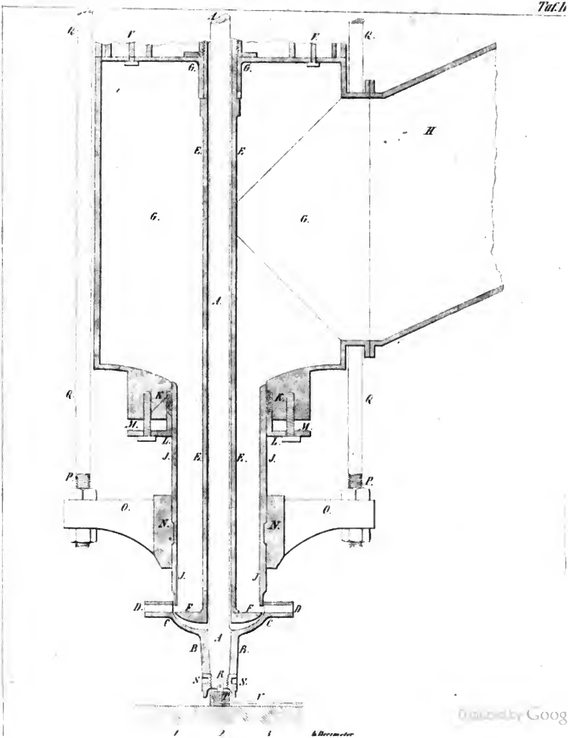
Turbine auf den K. Muldner Hütten bei Freiberg in Sachsen.

Taf. III.



in St. Blasien.

Taf. I



Quadrant des Horizontaldurchschnittes durch das Rad u. den Laternenapparat der Turbine in St. Blasien.

(in natürlicher Grösse gezeichnet.)

Construction der Schaufel- u. Leit-Curven bei der Turbine zu Chemnitz u. Figuren zur Erläuterung der Theorie.